

Formação e gestão inovadoras na era da transformação digital: abrangência, significados e relações.

Medida de relevo de superfícies por projeção de padrões de franjas de interferência: teoria e simulações

Marlene Correa Henrique¹, Eduardo Acedo Barbosa²;

Resumo – Este artigo apresenta a projeção de luz estruturada, como um padrão de redes ou linhas, que é um importante recurso para a medição do relevo de superfícies, a perfilometria. Entre vários padrões luminosos, alguns podem ser gerados experimentalmente em interferômetros de Michelson ou Fabry-Perot iluminados por luz coerente, e constituem-se de franjas circulares e concêntricas quando projetados sobre uma superfície plana. Dependendo do relevo da superfície estudada, as franjas do padrão adquirem diferentes formas. Neste artigo, investigou-se teoricamente o processo de projeção de padrões de franjas de interferência sobre superfícies de geometrias simples, e em seguida a medição do seu relevo. As simulações demonstraram a viabilidade teórica do método proposto.

Palavras-chave: Luz estruturada, projeção de franjas, perfilometria.

Abstract – This paper is going to talk about the projection of structured light, such as grid patterns or strips, that is an important tool for surface shaping. Among several types of patterns, some can be experimentally produced with the help of Michelson or Fabry-Perot interferometers illuminated by coherent light, and are constituted of circular, concentric fringes when they are projected on a flat surface. According to the analyzed surface, such patterns may feature different forms. In the present work, we theoretically investigate the process of fringe pattern projection on simple surfaces and its shape measurement. The simulations demonstrated the theoretical feasibility of the proposed method.

Keywords: Structured light, fringe projection, profilometry.

1. Introdução

Com o avanço crescente e vertiginoso dos sistemas computacionais e com o aumento da velocidade de processamento de imagens, as medidas dos relevos de superfícies e objetos por métodos ópticos, também chamadas de perfilometria óptica, encontram uma série de aplicações em vários setores da indústria.

¹ Mestrado em Gestão e Tecnologia em Sistemas Produtivos no Centro Paula Souza, marlene.c.henrique@gmail.com 1

² Mestrado em Gestão e Tecnologia em Sistemas Produtivos no Centro Paula Souza, ebarbosa@fatecsp.br 2

Destacam-se nesta área os métodos que utilizam os interferômetros de Fizeau e Twyman-Green (HECHT, 1990), os métodos holográficos (VEST, 1979) e as técnicas que se valem do efeito *speckle* (DA SILVA, 2015). Entre os métodos ópticos, as projeções de padrões luminosos geometricamente bem determinados – a chamada luz estruturada – sobre objetos tem-se apresentado ao longo dos anos como uma ferramenta poderosa no campo da metrologia tridimensional (3D) de superfícies (GENG, 2011). Tem-se discutido uma profusão de técnicas e geometrias de luz estruturada, por vários autores, com aplicações nas áreas de odontologia, reconhecimento facial, cirurgia, impressão 3D, processos de engenharia reversa, entre outros.

Este artigo tem o objetivo de apresentar um método óptico para a medição de relevo de superfícies de geometrias simples por projeções de padrões de franjas de interferência.

2. Referencial Teórico

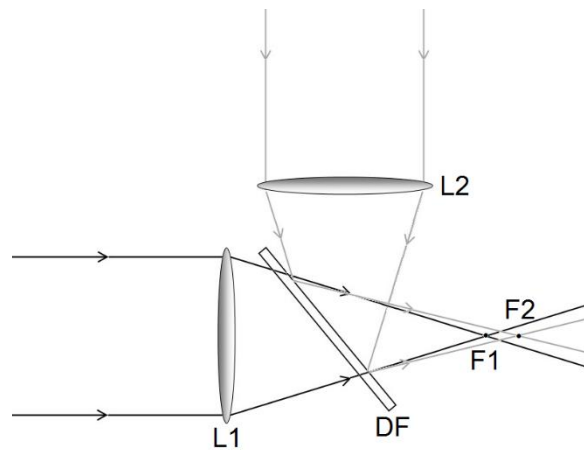
Para demonstrar o experimento teórico, apresenta-se o método de geração de franjas de interferências circulares e concêntricas e em seguida o processo de medição destas franjas:

2.1 Geração de franjas de interferência

A Figura 1 mostra o detalhe de um possível esquema básico capaz de produzir franjas de interferências circulares e concêntricas. Um feixe laser colimado propagando-se ao longo do eixo z passa por uma lente positiva $L1$, divergindo a partir de seu ponto focal $F1$. Considerou-se que o eixo z seja o próprio eixo óptico do sistema. Outro feixe colimado, coerente com o primeiro, propaga-se ao longo do eixo y , no sentido negativo, e atinge uma lente $L2$, também positiva, e sobrepõe-se espacialmente ao primeiro feixe através do divisor de feixes DF ; o segundo feixe focaliza-se no ponto $F2$, localizado, assim como o ponto $F1$, sobre o eixo óptico z . Se as lentes $L1$ e $L2$ têm, suponhamos, idênticos comprimentos focais, os pontos $F1$ e $F2$ não devem ser coincidentes, mas sim distantes entre si de uma dada distância d , para que a interferência entre as ondas que divergem de $F1$ e $F2$ gere franjas. Para isso, é preciso que o ponto P , que é a intersecção do eixo óptico com o divisor DF , não seja equidistante das lentes $L1$ e $L2$.

O arranjo da Figura 1 pode ser obtido num interferômetro de Mach-Zehnder (HECHT, 1990), colocando-se cada uma das lentes em um braço do interferômetro, ou ainda iluminando-se um interferômetro de Michelson (com um dos braços maior que o outro de uma distância d) ou de Fabry-Perot (com um espaçamento de *étalon* igual a d) utilizando-se uma lente positiva igual à lente $L1$ à entrada do interferômetro (HECHT, 1990).

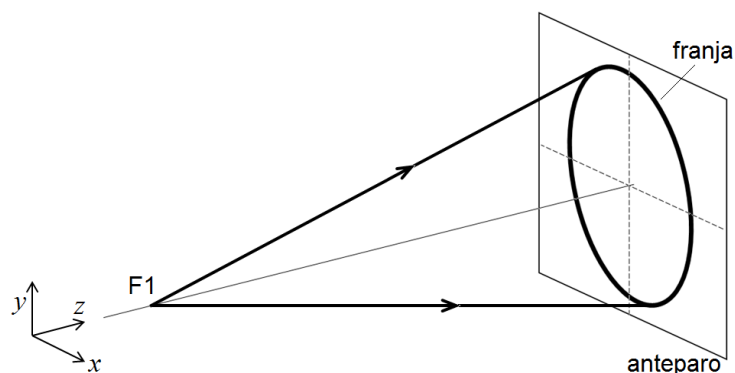
Figura 1 – Arranjo óptico



Fonte: próprio autor

Consideremos que o interferograma gerado pelos feixes que emergem de F1 e F2 seja projetado sobre um anteparo plano perpendicular ao eixo óptico z, e que a distância z_R entre o plano e ponto F1 seja muito maior que a distância entre F1 e F2. Desta forma, uma franja de interferência construtiva projetada no anteparo e o ponto F1 definem uma série de cones cujo vértice comum é F1, a altura comum é z_R , e a base circular é definida pela própria franja clara. O cone para uma determinada franja de interferência encontra-se na Figura 2. Suponhamos que a base deste cone em particular tenha o menor raio possível r_m .

Figura 2 – Cone para uma franja de interferência

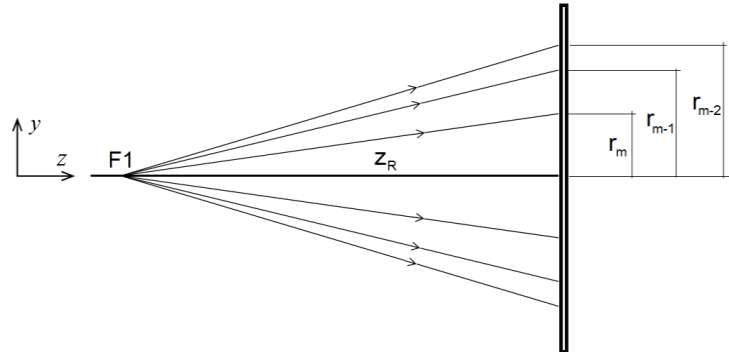


Fonte: próprio autor

Vê-se mais adiante que a interferência construtiva ocorre para várias ordens inteiras m , de modo que os raios das várias franjas circulares concêntricas (bases dos cones) são $r_m, r_{m-1}, r_{m-2}, r_{m-3}, \dots$, e assim sucessivamente. A Figura 3 ilustra no plano yz os diferentes cones, e as franjas projetadas no anteparo plano e

perpendicular ao eixo óptico, com seus respectivos raios. Um observador localizado atrás do ponto F verá o anteparo plano iluminado por franjas claras (interferência construtiva) e escuras (interferência destrutiva) circulares e concêntricas.

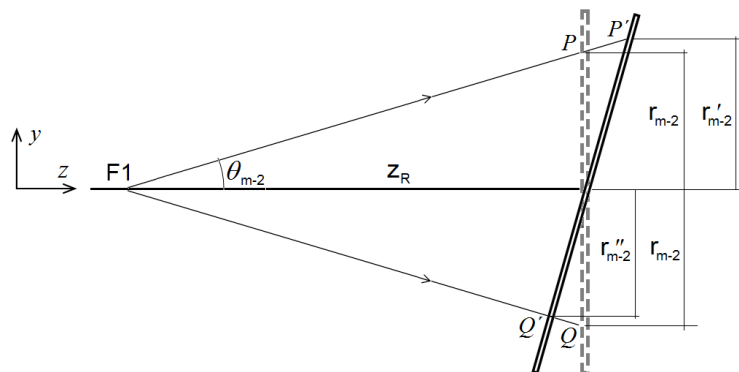
Figura 3 – Diferentes cones e franjas projetados em um anteparo



Fonte: próprio autor

Para facilitar a compreensão do processo de medição do relevo de uma determinada superfície, toma-se como exemplo o efeito observado sobre a franja de ordem $m - 2$ quando o anteparo é girado de um determinado ângulo no plano yz, ou seja, em torno do eixo x, como mostra a Figura 4. Antes da rotação do anteparo, a franja de interferência construtiva atinge a parte superior do anteparo no plano yz, no ponto P. Depois de girado o anteparo, a intersecção entre a franja clara e o anteparo, neste mesmo plano, é o ponto P'. Nota-se que a distância entre P e o eixo óptico é r_{m-2} , enquanto que a distância entre P' e o eixo óptico é r'_{m-2} . Ou seja, nota-se que na parte superior do anteparo a franja clara distancia-se do eixo óptico à medida que o anteparo é girado no sentido horário.

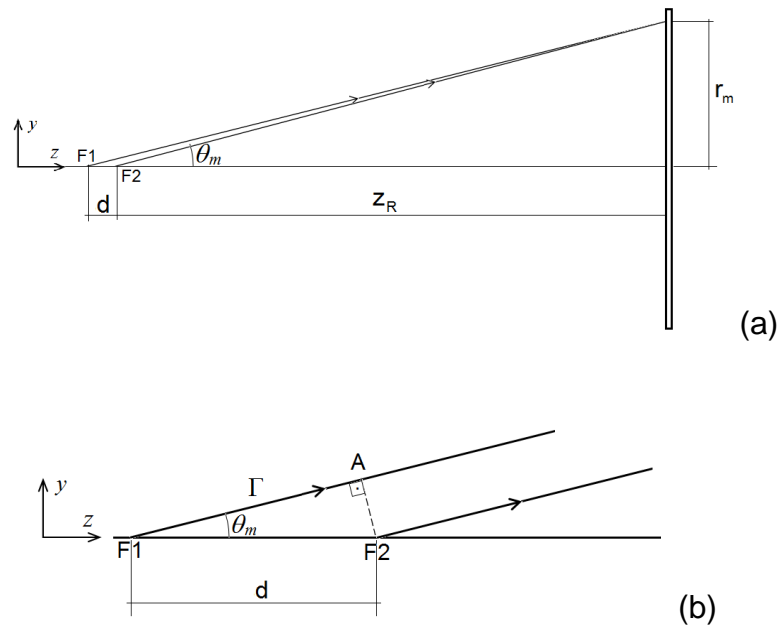
Figura 4 – Rotação do anteparo



Fonte: próprio autor

Na parte inferior do anteparo, as posições dos pontos Q e Q' mostram que a franja clara se aproxima do eixo óptico. Esta análise mostra que quando o padrão de interferência ilumina uma superfície plana perpendicular ao eixo óptico, as franjas de interferência são circulares e concêntricas, e quando a superfície iluminada não é plana, ou quando o anteparo plano não é perpendicular ao eixo óptico, as franjas de interferência adquirem outra forma. A proposta deste trabalho é promover a reprodução quantitativa do relevo da superfície iluminada através da interpretação das franjas resultantes. Para tanto, é necessário estudar a interferência das ondas que emergem dos pontos F1 e F2.

Figura 5 – Propagação de duas ondas



Fonte: próprio autor

A Figura 5a mostra a propagação de duas ondas que emergem dos pontos F1 e F2 e que incidem num mesmo ponto no anteparo. Como estas ondas são coerentes, elas podem interferir no anteparo construtiva ou destrutivamente, dependendo da distância d entre F1 e F2. Como tipicamente $d \ll z_R$, podemos admitir a aproximação de que as ondas que emergem dos dois pontos propagam-se paralelamente, como mostra em detalhe a Figura 5b. Desta figura, vê-se que a diferença de caminho óptico é dada por $\Gamma = d \cos \theta$. A condição de interferência construtiva é garantida pela equação:

$$d \cos \theta_m = m\lambda, \quad \text{Eq. (1)}$$

onde m é um número inteiro, chamado de ordem de interferência. Desta forma, cada valor de ordem corresponde a uma franja circular clara.

2.2 Processo de medição

A Figura 6 mostra uma generalização, apesar de ser ainda em duas dimensões, da situação ilustrada na Figura 4. Se a superfície iluminada é plana (chamada na figura de plano de referência), uma franja de ordem m faz intersecção com este plano nos pontos P e Q; se o objeto iluminado tem uma forma qualquer, a franja passa a iluminar os pontos P' e Q'. Vê-se, pela Figura 6, que o ângulo $\theta_m = \arccos(m\lambda/d)$ que define o cone é o mesmo, independentemente de qual figura seja iluminada. Este ângulo será, para cada ordem de interferência, o ponto de partida para a obtenção das coordenadas da superfície estudada.

Uma vez que a distância d pode ser experimentalmente difícil de determinar, o ângulo θ_m pode ser obtido experimentalmente por meio da razão entre o raio r_m da franja circular e a distância z_R (v. Figura 6):

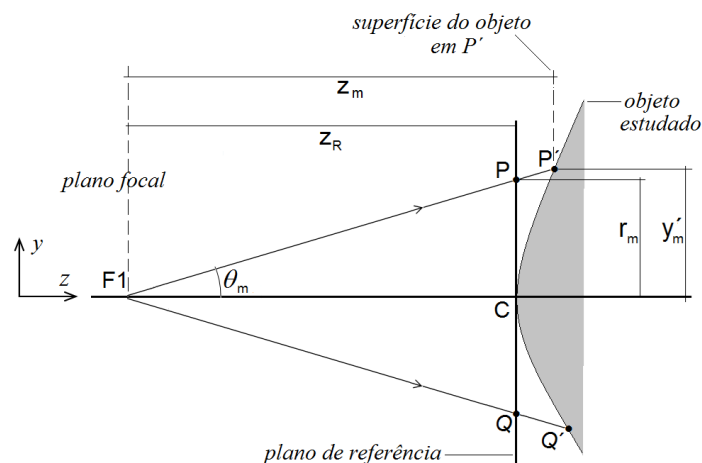
$$\operatorname{tg} \theta_m = \frac{r_m}{z_R}, \quad \text{Eq. (2)}$$

de forma que serão determinados tantos ângulos quanto o número de franjas que iluminam a superfície.

Caracterizar o relevo da superfície estudada consiste em determinar o valor da coordenada z_m , que é a distância entre o ponto P', que é o ponto do objeto iluminado pela franja, até o plano focal, mostrado na Figura 6. Por esta mesma figura, vê-se que:

$$z_m = \frac{y'_m}{\operatorname{tg} \theta_m} \quad \text{Eq. (3)}$$

Figura 6 – Relevo da superfície estudada

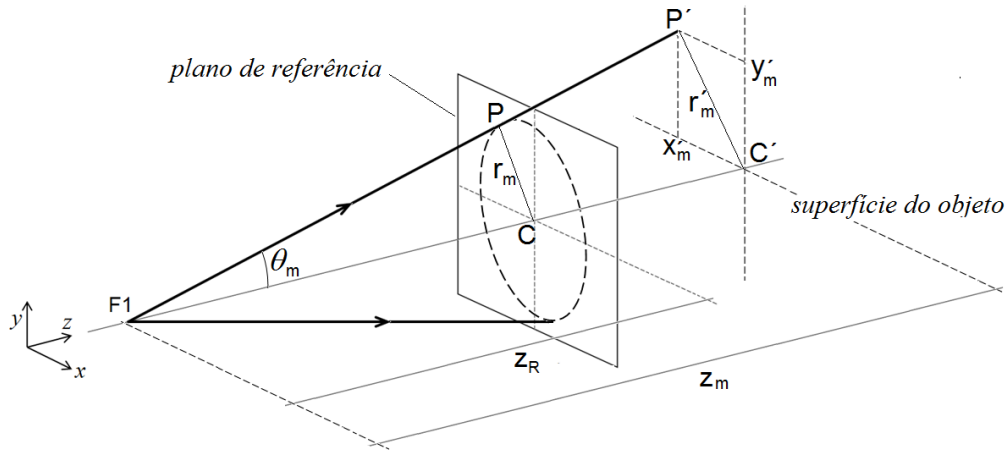


Fonte: próprio autor

A generalização deste problema para três dimensões mostra-se na Figura 7. Desta forma, a partir da equação (3), a coordenada z do ponto P' , de coordenadas x'_m e y'_m , e iluminado por uma franja clara de ordem m , será finalmente:

$$z_m = \frac{\sqrt{x_m'^2 + y_m'^2}}{\operatorname{tg} \theta_m} \quad \text{Eq. (4)}$$

Figura 7 – Problema em três dimensões



Fonte: próprio autor

3. Método

Pode-se então resumir o procedimento de medida da coordenada z nos seguintes passos:

- a - incidência sobre uma superfície plana de um padrão de franjas circulares e concêntricas por interferômetros de Michelson, Fabry-Perot ou Mach-Zehnder iluminados por uma ou duas lentes positivas;
- b - determinação dos ângulos θ_m dos cones com o auxílio da equação (2);
- c - substituição da superfície plana pelo objeto estudado e determinação das coordenadas x'_m , y'_m dos pontos de cada franja de interferência construtiva;
- d - determinação da coordenada z dos pontos da franja de ordem m por meio da equação (4).

Em um experimento real, o procedimento b, potencialmente trabalhoso, por demandar a medida das posições de todas as franjas, pode ser abreviado e simplificado, quando se ilumina uma superfície plana com um interferograma de franjas circulares e concêntricas: mede-se a distância z_R , o raio x_m de uma franja de uma ordem m desconhecida, o raio x_{m-1} de uma franja de ordem $m-1$ adjacente. A partir das equações (1) e (2), pode-se escrever:

$$d \left[1 + \left(\frac{r_m}{z_R} \right) \right]^{-1/2} = m\lambda \quad \text{Eq. (5a)}$$

$$d \left[1 + \left(\frac{r_{m-1}}{z_R} \right) \right]^{-1/2} = (m-1)\lambda \quad \text{Eq. (5b)}$$

Combinando-se as equações acima, obtêm-se a ordem da franja em questão, e, portanto, todas as ordens das franjas vizinhas, bem como o parâmetro λ/d . Ou seja, medindo-se as posições de apenas duas franjas, determinam-se as posições de todas as demais:

$$m = \frac{1}{\left(\frac{r_{m-1}^2 + z_R^2}{r_m^2 + z_R^2} \right)^{1/2} - 1} + 1 \quad \text{Eq. (6)}$$

$$\frac{\lambda}{d} = \left[1 + \left(\frac{r_{m-1}}{z_R} \right)^2 \right]^{-1/2} \left[\left(\frac{r_{m-1}^2 + z_R^2}{r_m^2 + z_R^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad \text{Eq. (7)}$$

4. Resultados e Discussão

Para demonstrar os resultados, apresenta-se matematicamente o método proposto:

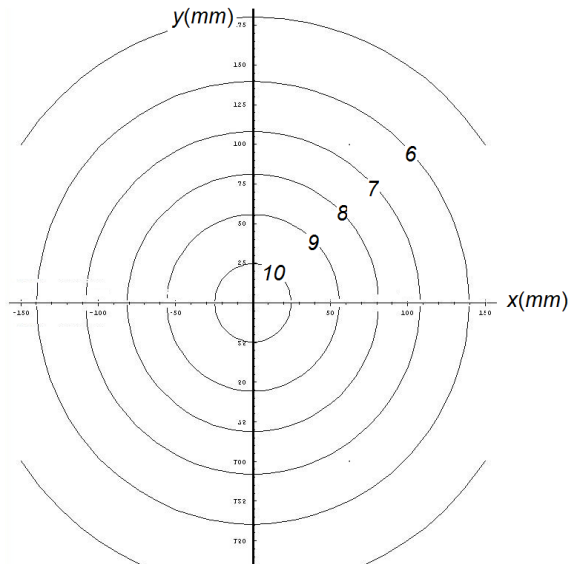
4.1 Simulação

Nas simulações, utilizou-se o software Mathematica, com os seguintes parâmetros:

- distância entre os pontos focais das lentes e o plano de referência: $z_R = 100$ mm;
- razão $\frac{\lambda}{d} = 0,097$;
- comprimento de onda do laser: $\lambda = 632,8$ nm .

A Figura 8 mostra o padrão de referência incidente sobre uma superfície plana a 100 mm dos pontos focais das lentes positivas. Cada linha circular representa a região de maior intensidade da franja. Os números inteiros representam as ordens das franjas.

Figura 8 – Padrão de referência incidente sobre uma superfície plana

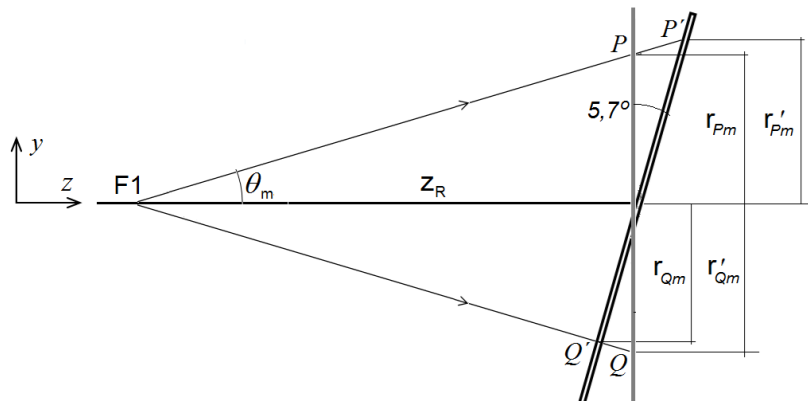


Fonte: próprio autor

4.2 Primeira simulação

Utilizou-se a medida do relevo de uma superfície plana inclinada de um ângulo $5,7^\circ$ em relação à vertical, como mostra a Figura 9.

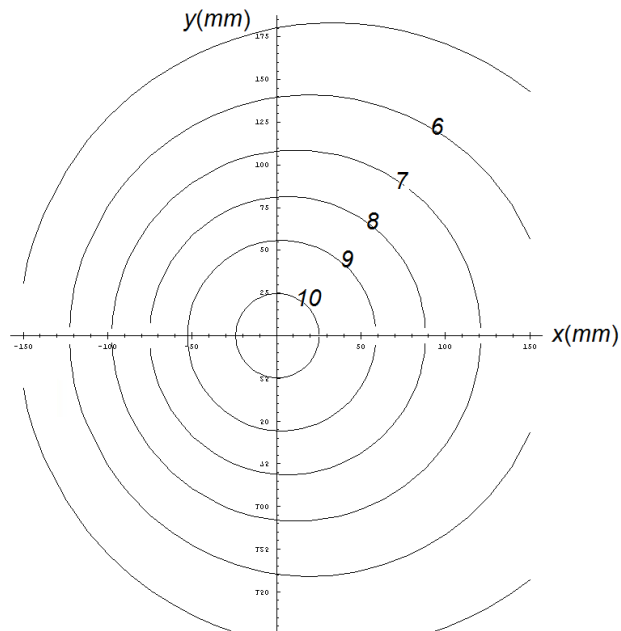
Figura 9 – Superfície plana inclinada de um ângulo de $5,7^\circ$



Fonte: próprio autor

O padrão de franjas que ilumina o plano inclinado obtido pelo software Mathematica mostra-se na Figura 10.

Figura 10 – Padrão de franjas iluminando o plano inclinado



Fonte: próprio autor

Na Tabela 1, calcularam-se os valores das coordenadas dos pontos iluminados por franjas claras ao longo de $y = 0$, ou seja, nos cruzamentos das franjas claras com o eixo x. As coordenadas destes pontos de cruzamento foram obtidas manualmente, por meio da observação da Figura 10. A Tabela 1 mostra na 2ª linha os valores esperados Z_{esp} da coordenada z da superfície, e na 3ª linha, os valores calculados por meio das equações (3) e (4).

Tabela 1 – Valores das coordenadas

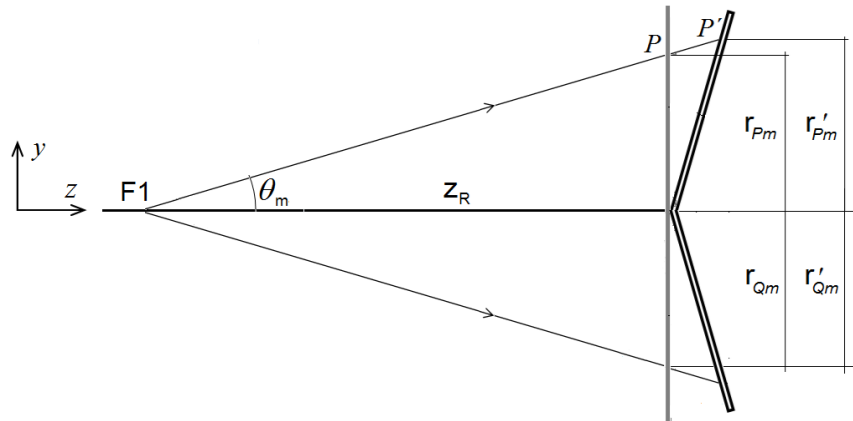
x(mm)	-97	-74	-52	58	88	120
Z_{esp} (mm)	90,8	92,4	94,7	105,9	108,8	112,1
Z_{calc} (mm)	90,2	93,1	95,4	106,5	108,4	112,0

Fonte: próprio autor

4.3 Segunda simulação

Utilizou-se a medida do relevo de uma superfície em “V”, simétrica em relação ao eixo x, como mostra a Figura 11.

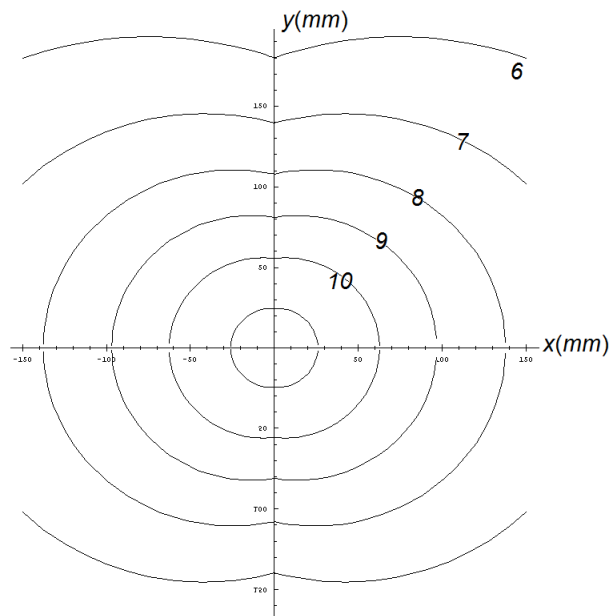
Figura 11 – Relevo de uma superfície em “V”



Fonte: próprio autor

A simulação do padrão de franjas que ilumina esta superfície está representada na Figura 12.

Figura 12 – Padrão de franjas



Fonte: próprio autor

Analogamente à seção anterior, a comparação entre os resultados esperados e os calculados encontram-se na Tabela 2, também para $y = 0$.

Tabela 2 – Comparação entre os resultados

x(mm)	-138	-98	-62	62	98	138
z esp(mm)	127,5	119,3	112,6	112,6	119,3	127,5
z calc(mm)	127,5	119,2	112,9	112,9	119,2	127,5

Fonte: próprio autor

5. Considerações finais

Neste trabalho, propôs-se um método para a medição de relevos de superfícies através de sua iluminação por luz estruturada composta de um padrão de interferência formado de franjas concêntricas e circulares. Este tipo de padrão pode ser facilmente obtido por interferômetros iluminados com a ajuda de lentes positivas. O espaçamento entre as franjas pode ser convenientemente ajustado por meio da posição da(s) lente(s) em relação ao interferômetro.

As simulações simples, com resultados ainda preliminares, ainda que consistentes e promissores, demonstram a viabilidade teórica do método proposto. Obtiveram-se coordenadas de uma superfície plana inclinada e de uma superfície a ser medida em forma de "V", apresentando ótima concordância com os valores esperados. As pequenas discrepâncias entre estes valores podem ser atribuídas principalmente ao fato de que as posições x das franjas obtidas pelas Figuras 10 e 12, presentes nas Tabelas 1 e 2, foram determinadas visualmente, simulando-se uma situação experimental real.

Referências

Da SILVA D.M., Barbosa E.A., Wetter NU. Real-time contour fringes obtained with a variable synthetic wavelength from a single diode laser. *Applied Physics B*. v. 118 – 1, p. 159-166, 2015.

GENG, J. Structured-light 3D surface imaging: a tutorial. *Adv. Opt. Photon.* V. 3. n.2, p. 128-160, 2011.

HECHT, Eugene. *Optics*. New York, Addison Wesley, 1990.

VEST, C.M., *Holographic Interferometry*. New York, Wiley, 1979.