

**Formação e gestão inovadoras na era da transformação digital:
abrangência, significados e relações.**

**O ensino da modelagem matemática na Educação Básica: um
estudo de caso.**

Eric Pizzini Bernardo¹, Kátia Regina Yabiku²; Ulisses Alves Maciel Neto³

Resumo - Este artigo apresenta uma experiência bem-sucedida do ensino da modelagem matemática na Educação Básica utilizando ferramentas computacionais. Utilizando a abordagem PBL (*Problem-Based Learning*) e o software livre GeoGebra, os alunos desenvolveram todas as etapas de um projeto de aplicação dos conceitos matemáticos em um problema real. Ministrado pela primeira vez de forma experimental no Colégio Uirapuru, na cidade de Sorocaba-SP, o curso tornou-se uma disciplina eletiva fixa da instituição com o intuito de promover o interesse pela matemática, o enriquecimento cultural dos aprendizes e, principalmente, competências específicas importantes no mundo do trabalho e nos cursos superiores de Ciência e Tecnologia, as quais frequentemente são negligenciadas na abordagem tradicional.

Palavras-chave: aprendizagem significativa, aprendizagem baseada em problemas, ensino médio, ensino e inovação.

Abstract - This article shows a well succeed experience about the teaching of mathematical modeling in the high school context using computational tools. By using PBL and the GeoGebra software the students have developed all of the steps of a concrete applied project. Given for the first time in an experimental way at Colégio Uirapuru, in the city of Sorocaba-SP, the lectures have become a fixed elective discipline with the intention of promoting interest in Mathematics, the cultural enrichment of the students, and specific skills important in the world of work and Science and Technology undergraduate courses, which are often neglected in the traditional approach.

Keywords: meaningful learning, problem-based learning, high school education, teaching and innovation.

¹ Colégio Uirapuru. E-mail: eric.bernardo@colegiourapuru.com.br

² Colégio Uirapuru. E-mail: katia.yabiku@colegiourapuru.com.br

³ Colégio Uirapuru. E-mail: ulisses.maciel@colegiourapuru.com.br

1. Introdução

Neste artigo é apresentada uma experiência de aplicação de teorias matemáticas abstratas em exemplos concretos de alto nível, utilizando recursos tecnológicos presentes no cotidiano dos alunos. A motivação partiu da existência de alunos “nativos digitais”⁴ em colégios de alto desempenho que dominam a tecnologia e possuem um conhecimento matemático aprofundado, mas que desconhecem os meios onde tais teorias serão aplicadas.

Com esse pensamento planejou-se uma disciplina no Colégio Uirapuru, em Sorocaba-SP, a qual focou-se em um caráter inovador, na qual a tecnologia se alia aos conhecimentos matemáticos adquiridos no período curricular obrigatório para constituir uma ferramenta de resolução de problemas.

Por meio do desenvolvimento de projetos coletivos, os alunos entraram em contato diretamente com problemas que conectavam a matemática escolar e a tecnologia de ponta: a criptografia das mensagens do WhatsApp, o computador que realiza as simulações de realidade virtual, os cilindros como forma específica das latas de refrigerante, meios de maximizar os lucros de uma produção industrial, a relação entre funções trigonométricas e o eletrocardiograma, e o quanto isso pode ajudar futuramente no diagnóstico de doenças cardíacas.

Além da motivação intrínseca em contemplar a enorme utilidade de tudo o que aprende no turno obrigatório e da liberdade em propor soluções e melhorias a situações do mundo real, o aluno também adquire alguma familiaridade com o cotidiano do profissional de ciências exatas (Engenharias, Matemática Aplicada etc.) que trabalha diretamente em projetos que demandem modelagem matemática, o que sem dúvida contribui para uma melhor orientação em sua escolha profissional futura. Outro aspecto merecedor de destaque é que na interação entre a matemática e as tecnologias de informação e computação (TICs), a primeira jamais é ofuscada. Ao utilizar-se softwares de computador para realizar a parte operacional da resolução de problemas, há a dispersão do equivocado senso comum de que “matemático é o que faz contas” (em vez de “aquele que procura expressar quantitativamente padrões e relações intrincados de uma natureza complexa”) e evidencia-se a imprescindibilidade da conceituação precisa e do bom raciocínio analítico.

2. Referencial Teórico

A MODELAGEM MATEMÁTICA

A capacidade humana de pensar, questionar, investigar, criar, recriar, e criticar a realidade, aliada aos avanços tecnológicos e alicerçada por ferramentas

⁴ Para Prensky (2001), são considerados nativos digitais, aqueles que já nasceram em um universo digital, em contato com a Internet, computador e games.

como a Matemática, permite o estabelecimento de modelos que expliquem os fatos que nos rodeiam a fim de favorecer a tomada de decisões em todos os âmbitos da atividade humana.

Segundo Bassanezi (2002), quando se procura refletir sobre um setor da realidade, ou agir sobre ela, o processo usual é selecionar argumentos ou parâmetros e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo.

Para Bassanezi:

“Modelagem Matemática é um processo dinâmico para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual”. (BASSANEZI, 2002, p.24).

Biembengut e Hein (2007) destacam que a Modelagem Matemática no ensino constitui um caminho para despertar o interesse dos alunos por tópicos específicos da disciplina ao mesmo tempo em que desenvolve a “arte de modelar”, aguçando o seu sentido criativo.

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segundo Dante (1998), ensinar a resolver problema é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos. O professor deve fazer perguntas para que os alunos possam compreender o problema. Os alunos devem ser encorajados a fazer perguntas ao professor e entre eles mesmos.

“Estudar Matemática é resolver problemas. Portanto, a incumbência dos professores de Matemática, em todos os níveis, é ensinar a arte de resolver problemas. O primeiro passo nesse processo é colocar o problema adequadamente.” Thomas Butts (apud, DANTE 1998)

Souza & Nunes (2004) confirmam que, ao utilizar a metodologia de resolução de problemas, o papel do professor muda de “comunicador de conhecimento” para o de observador, organizador, consultor, mediador, controlador, incentivador da aprendizagem.

No que se refere ao ensino-aprendizagem, segundo Lorenzato (2006, pg.195):

“A mediação do professor desempenha um papel determinante, à medida que, ao trabalhar com a tecnologia, ele pode criar situações desafiantes, recortá-las em vários problemas intermediários que possibilitam aos alunos se deslocarem muitas vezes do problema principal, percebendo-o por outra perspectiva, possibilitando-lhes a busca de novos caminhos, a constante reavaliação de suas estratégias e objetivos. Envolvendo-se no processo de construção do conhecimento”.

Essa construção não se dá por si só, necessitando de significados para que o aprendiz compreenda o objeto de estudo e suas consequências, segundo Moreira (2012, p1), é através de atividades significativas que o aluno consegue aprender. Aprendizagem Significativa é o processo através do qual uma nova informação se

relaciona de maneira não arbitrária e substantiva à estrutura cognitiva do aprendiz, pois é no curso da aprendizagem significativa que o significado lógico do material de aprendizagem se transforma em significado psicológico para o sujeito.

O MODELO ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA

Durante as últimas décadas o mundo tem vivenciado uma evolução sem precedentes no campo tecnológico. Devido ao advento de novas tecnologias, em especial no campo da nanotecnologia, a velocidade de processamento de computadores e disseminação de informações pelo meio virtual alcançou patamares extraordinários. Não obstante desse contexto, e de fato inseridos nele, os profissionais da área da educação básica devem propor novas maneiras de se pensar o método de ensino aprendizagem que seja compatível com essas novas tendências e escalas.

O uso de *softwares*, e outras ferramentas computacionais em ambientes escolares tem crescido de forma considerável, gerando debates sobre uso de novas tecnologias no aprendizado, principalmente no que tange o ensino de conceitos matemáticos abstratos. Sob esta óptica, trabalhos (BONA, B. 2009) (PCN 1998) têm sugerido o uso dessas ferramentas como elementos ativos na elaboração, construção e resolução de problemas matemáticos, permitindo que o aluno possa reconstruir conceitos abstratos vistos em sala de aula, de forma dinâmica e interativa, construindo novas relações de significado com o conteúdo apresentado. Some-se ainda a essa proposta, um conteúdo baseado em resolução de problemas, *Problem-Based Learning* (Schmidt H.G et al, 2011), no qual a apresentação de conteúdo de forma expositiva é embasada na resolução e estudo de problemas reais.

Contiero e Gravina (2011) apontam para a utilização do software GeoGebra associado à modelagem geométrica. Eles destacam:

“Com os recursos tecnológicos disponíveis, diferente poderia ser o processo de aprendizagem da matemática a se instalar nas escolas – tanto na provocação das habilidades cognitivas dos alunos, quanto na integração de conteúdos que normalmente são estudados separadamente e desta forma o contexto da aprendizagem também poderia se aproximar daquele de natureza interdisciplinar.” (CONTIERO E GRAVINA, 2011, p.3).

O GeoGebra, software de geometria dinâmica criado em 2001 por Markus Hohenwarter, se torna apropriado como ferramenta no ensino da matemática à medida que o aluno constrói instrumentos para as suas observações e estabelece relações matemáticas pertinentes aos assuntos previamente estudados em sala de aula. Produzindo uma dimensão que extrapola o plano de visão e imaginário proposto pela educação tradicional, quadro/giz e dos livros-textos, proporcionando a partir de seus recursos, a ideia de movimento correspondente à ação dos coeficientes das funções, deste modo o aluno pode observar o efeito gráfico e algébrico do objeto de estudo.

A inserção da tecnologia nos processos educativos possibilita, além da interação prazerosa entre alunos, o desafio, a criatividade e o refinamento da interpretação crítica de pensamentos divergentes. Nesse sentido, D'Ambrosio (1998), escreve:

“O jovem inserido em um ambiente, cada vez mais permeado com as novas tecnologias, encontra pela frente, nos diversos setores da sociedade, desafios e situações que exigem pensamento divergente e criativo. O jovem sabe que aprende muito mais fora da escola. Sabe que há uma nova prática para a aquisição de conhecimento. A escola está descompassada. Se pretendermos uma educação abrangente, envolvida com o estado do mundo, abrindo perspectivas para um futuro melhor, temos que repensar nossa prática, nossos currículos. Os objetivos da educação são muito mais amplos que aqueles tradicionalmente apresentados no esquema disciplinar. Devem, necessariamente, situar a educação no contexto da globalização evidente do planeta (p.89)”.

3. Método

A metodologia empregada no projeto teve como base a Resolução de Problemas apoiada nas ideias de Polya (2006), que apresenta quatro fases para a resolução de problemas: Compreender o problema; estabelecer um plano; executar o plano e realizar o retrospecto.

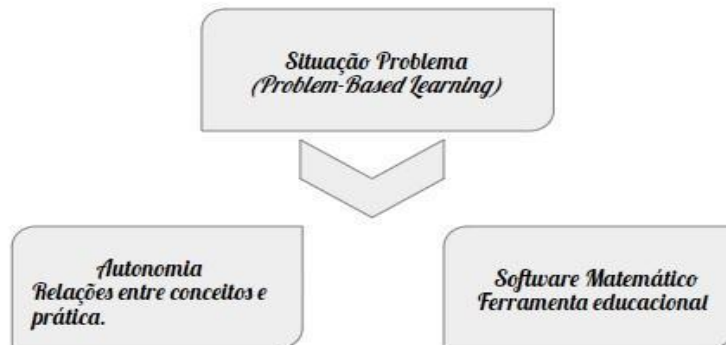
As ideias de Polya tem a perspectiva de ensinar o aluno sobre como resolver problemas.

“Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter (POLYA, 2006, p. v)”.

No curso eletivo de Geometria e Computação Gráfica catalogou-se situações problema previamente selecionadas, dos mais diversos campos do conhecimento, cuja resolução seria pautada em conceitos matemáticos. Deve-se ressaltar que os alunos tinham autonomia para formar equipes e que poderiam ainda escolher temas extras que não constavam na listagem inicial. A figura 1 expõe um organograma no qual são expostas de forma simples as bases teóricas do projeto.

Fonte: autores

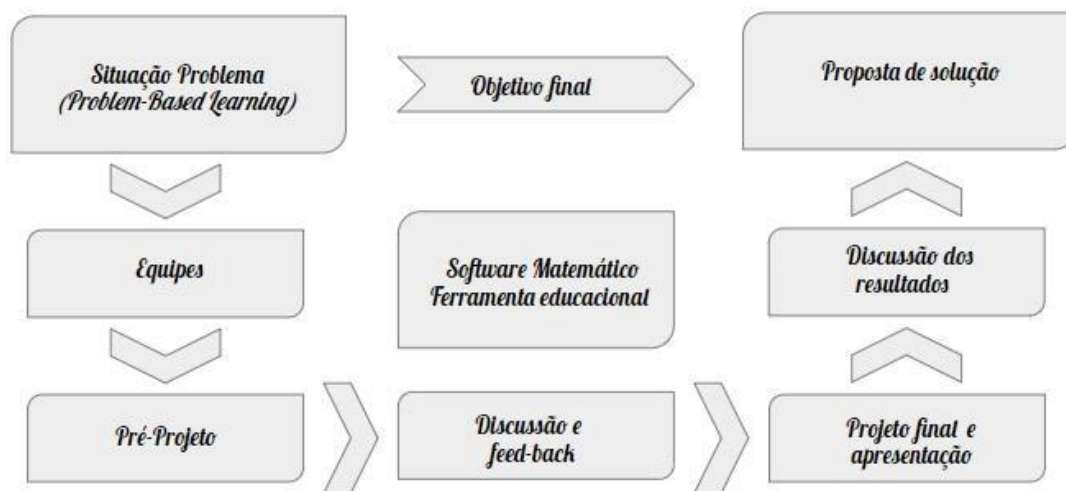
Figura 1 - Descrição das bases utilizadas no projeto: estudo de um problema utilizando relações entre conceitos matemáticos abstratos com uso da ferramenta gráfica.



Baseando-se nas equipes formadas, temas escolhidos e formatação do trabalho proposto, foram estabelecidas datas para entrega do pré-projeto e projeto final. O pré-projeto continha a introdução à situação problema escolhida, e a justificativa ao uso da ferramenta gráfica no trabalho. Essa avaliação apresenta um caráter formativo e somativo, pois compunha uma parcela da nota final da disciplina e seria utilizada como base teórica para a escrita do projeto final

Seguindo essa metodologia, a avaliação final consistiu na escrita do projeto final, que além de conter as partes do pré-projeto previamente corrigidas, deveria conter os resultados obtidos com o uso do *software*. Somando-se a essa avaliação, foi realizado uma arguição do projeto por uma banca de professores que avaliaram a proposta do trabalho de cada equipe, durante uma apresentação oral. Essa avaliação visava analisar a capacidade comunicativa do aluno em expor suas ideias e pontos desenvolvidos ao longo do projeto. A figura 2 expõe de maneira simplificada a metodologia utilizada ao longo do projeto, com cada etapa fundamental.

Figura 2 - Fluxograma da metodologia utilizada no projeto: estudo de um problema com o uso de uma ferramenta computacional



Fonte: autores

4. Resultados e Discussão

Consolidada ao longo de três semestres, a disciplina tem proporcionado aos alunos um maior contato com a Matemática Aplicada, as etapas inerentes ao desenvolvimento de um projeto aplicado e o trabalho em equipe. A produção do relatório final e da apresentação oral demonstraram, em sua maior parte, um altíssimo nível de qualidade evidenciado pelos comentários elogiosos da banca examinadora e muitas vezes superando as expectativas concernentes a alunos de nível médio. Ademais, a escolha multidisciplinar dos temas por vezes envolveu a participação de professores de outras áreas, como Física e Geografia, para o auxílio do desenvolvimento dos projetos. Dentre mais de 30 projetos realizados ao longo do ano de 2017, entre as mais diversas áreas, destacam-se na tabela abaixo alguns tanto pela premissa original de estudo quanto pelo seu vínculo com o *software* gráfico.

Tabela I - Comparativo entre projetos realizados

| Tema do projeto | Método de análise | Resultados |
|---|---|--|
| Estudo da corrida eleitoral presidencial de 2018. | Coleta de dados, análise de tendências lineares via Método dos Mínimos quadrados. | Aproximações lineares de tendências de votos em função da idade/gênero do eleitor. |
| Análise da trajetória de | Coleta de dados via | Elaboração de uma função em |

| | | |
|---|---|--|
| Vênus. | telescópio e <i>software</i> apropriado, análise dos dados via cônicas. | coordenadas polares para a obtenção da posição de Vênus no céu, em um dado mês. |
| Análise de custos da construção de um jardim. | Variação de parâmetros para otimização de funções matemáticas, obtenção de pontos de máximo e mínimo. | Estudo de pontos de custo mínimo em função da geometria de um dado jardim: otimização de dados em funções de parâmetros fixos. |

A receptividade à disciplina eletiva tem aumentado a cada semestre, recebendo um número cada vez maior de inscritos. Além disso, as competências e habilidades adquiridas, além de sua importância intrínseca para o desenvolvimento intelectual do jovem e sua preparação ao futuro mercado de trabalho, já têm se mostrado úteis em outras disciplinas obrigatórias do período curricular, tais como a melhora do nível dos relatórios das disciplinas práticas de laboratório (Química, Física e Biologia) e uma visão um pouco mais analítica dos conceitos de Economia estudados em História e Geografia.

5. Considerações finais

Ao longo de três semestres de aplicação do método no curso eletivo de Geometria e Computação Gráfica os alunos apresentaram projetos que envolviam conceitos matemáticos para a resolução de problemas multidisciplinares com o auxílio do *software* GeoGebra. Os recursos computacionais empregados revelaram-se uma valiosa ferramenta tecnológica que pode ser utilizada na construção do conhecimento matemático e abrir novas perspectivas no sentido de novas explorações nas estratégias empregadas para reconstruir as relações de ensino-aprendizagem na era da transformação digital.

Referências

- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL, **Secretaria da Educação Básica: Orientação Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, MEC, 2006.
- BONA, B.O. **Análise de softwares educativos para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. Unidade Universitária de Carazinho - Carazinho, RS 2009. 36 p.

CONTIERO, L. O.; GRAVINA, M. A. **Modelagem com o GeoGebra: uma possibilidade para a educação interdisciplinar?** Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 9, p. 01-10, 2011.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar ou conhecer.** 4 ed. São Paulo: Ática, 1998.

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

LORENZATO, S. **Para aprender Matemática. Construindo laboratório de Matemática (LEM).** Campinas – SP: Editora Autores Associados, 2006.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa: um conceito subjacente,** 2012.

Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio. Brasil. MEC, 2002.

SCHMIDT, H. G.; ROTGANS, J. I.; YEW, E. H. J. ***The process of problem-based learning: what works and why.*** Blackwell Publishing. MEDICAL EDUCATION 2011, v. 45: p. 792–806. 201.

NUNES, C.B & SOUZA, A.C.P. **A Resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática em sala de aula.** UNESP, Rio Claro- SP.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PRENSKY, Marc. **Digital Natives, Digital Immigrants.** MCB University Press, 2001.

Disponível em: <<http://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf>>. Acesso em: 09 set 2018.