CENTRO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA PAULA SOUZA

MESTRADO EM GESTÃO E DESENVOLVIMENTO DA FORMAÇÃO TECNOLÓGICA

MARCELO LUCIO FERREIRA

A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS DESTINADOS À FORMAÇÃO TÉCNICA/TECNOLÓGICA

SÃO PAULO

AGOSTO/2009

MARCELO LUCIO FERREIRA

A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS DESTINADOS À FORMAÇÃO TÉCNICA/TECNOLÓGICA

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do título de *Mestre em Tecnologia* no Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, no Programa de Mestrado em *Gestão e Desenvolvimento da Formação Tecnológica,* sob a orientação do Prof. Dr. Francisco Tadeu Degasperi.

SÃO PAULO

AGOSTO/2009

MARCELO LUCIO FERREIRA

A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS DESTINADOS À FORMAÇÃO TÉCNICA/TECNOLÓGICA

____

prof. Dr. Francisco Tadeu Degasperi

____

prof. Dra. Ruth Ribas Itacarambi

____

prof. Dr. Dirceu D'Alkmin Telles

São Paulo, ___ de ________ de ____

DEDICATÓRIA

Dedicado a todos profissionais que acreditam na mudança e na construção de um mundo melhor através da educação.

AGRADECIMENTOS

A todos professores, funcionários e colegas da Pós-Graduação do Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza que contribuíram à realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Francisco Tadeu Degasperi, pela orientação e pelo incentivo no desenvolvimento desta pesquisa.

À minha família, na qual sempre encontro apoio na busca de meus objetivos.

“Nenhum cientista pensa com fórmulas. Antes de proceder aos cálculos, já deve ter feito na sua mente um raciocínio que, geralmente, pode exprimir-se com palavras simples. Os cálculos e as fórmulas constituem o passo a seguir”

Albert Einstein

RESUMO

FERREIRA, M. L. **A Modelagem Matemática como Ferramenta no Ensino e Aprendizagem dos Conceitos Matemáticos Destinados à Formação Técnica/Tecnológica**. 2009. 141f. Dissertação (Mestrado em Tecnologia) - Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, São Paulo, 2009.

O Centro Paula Souza tem como finalidade, em um ambiente de investigação e de desenvolvimento de projetos, formar profissionais aptos a empreenderem uma atuação profissional qualificada dirigida à inovação e solução de problemas de base tecnológica, oferecendo aos alunos conteúdos e conhecimentos que lhes permitam promover atividades no setor produtivo ou em pesquisas aplicadas na sua área de atuação. O ensino da Matemática deve levar em consideração o universo que cerca este aluno e suas necessidades dentro deste cenário, pois uma formação inadequada proporciona indivíduos que não identificam na disciplina uma forma de leitura, de entendimento da realidade. O objetivo principal deste trabalho é apresentar a Modelagem Matemática, uma das diversas linhas de pesquisa na Educação Matemática, como importante ferramenta no desenvolvimento contextualizado do ensino e aprendizagem dos assuntos matemáticos que apresentam relevância na formação técnica/tecnológica, associando seus conceitos às necessidades exigidas no Centro Paula Souza. Através de uma pesquisa de cunho exploratório e bibliográfico apresentamos como objeto de pesquisa, além da abordagem conceitual sobre a Modelagem Matemática, os trabalhos realizados no Laboratório de Tecnologia do Vácuo da Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC-SP, que a partir da construção de modelos na busca de soluções dos problemas apresentados no cenário tecnológico proporcionam a aproximação entre o ambiente educacional tecnológico e o meio industrial.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Formação Técnica/Tecnológica; Educação Matemática.

ABSTRACT

FERREIRA, M. L. **The Mathematical Modeling as a Tool in Teaching and Learning of Mathematical Concepts for Technical Training / Technology**. 2009. 141f. Dissertation (Master of Technology) - Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, São Paulo, 2009.

The Center aims at Paula Souza, in an environment of research and development projects, train professionals able to undertake a professional qualified to the innovation and troubleshooting technology-based, offering students content and knowledge to enable them to promote activities the productive sector or in applied research in its area of operation. The teaching of mathematics must take account of the universe that surrounds the pupil and their needs in this scenario, because inadequate training provides individuals who do not identify a form of discipline in reading, understanding of reality. The main objective of this work is to present the Mathematical Modeling, one of several lines of research in Mathematics Education as an important tool in the development of contextualized teaching and learning of mathematical topics that have relevance in training technical / technological, linking concepts to their needs required in the Paula Souza Center. Through a search for exploratory nature and bibliography presented as objects of research, beyond the conceptual approach on the mathematical modeling, the work in the laboratory of Vacuum Technology, Faculty of Technology of São Paulo - SP-FATEC, that the construction models to find solutions of problems presented in the scenario provide the technological gap between the educational environment and an industrial technology.

Keywords: Mathematical Modeling; Training Technical / Technology; Mathematics Education

Lista de Figuras

Lista de Tabelas e Quadros

Lista de Anexos

Sumário

Introdução

O ensino tecnológico tem como objetivo desenvolver habilidades e competências requeridas pelo mercado no saber fazer, pensar e inovar, como também estimular o desenvolvimento profissional em áreas de pesquisa e extensão, estendendo seus benefícios à comunidade. Neste sentido o ensino contextualizado da matemática apresenta importância fundamental na formação profissional, pois uma educação tecnológica inadequada proporciona profissionais que não identificam a Matemática como uma poderosa ferramenta no desenvolvimento tecnológico.

A escolha deste tema está relacionada à vivência que obtive ao longo de minha formação profissional, desde o ensino secundário até o superior e fortalecida após a atuação como profissional, tanto na área técnica como na educacional, atuando como professor de matemática. Esta disciplina sempre esteve presente em todos os percursos traçados e a importância que atribuo ao seu aprendizado contextualizado levou a desenvolver esta pesquisa que procura identificar a Modelagem Matemática como uma poderosa ferramenta no ensino de seus conceitos.

No Ensino Médio, concluído no curso regular da Escola Técnica Federal de São Paulo (atual CEFET) que envolveu a formação secundária em conjunto com o curso Técnico em Mecânica, percebi que a Matemática é uma ferramenta necessária à atuação do profissional desta área, constantemente desafiado a resolver problemas de seu cotidiano através dos conceitos matemáticos.

Na formação superior, concluída na Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC-SP, no curso de Construção Civil, modalidade de Edifícios, novamente a Matemática revela-se de grande importância na formação tecnológica, apesar das aulas de cálculo, estatística e outras relacionadas à área da disciplina não apresentarem contextualização com o campo da atuação tecnológica. O conteúdo apresentado era abstrato e descontextualizado, proporcionando um ensino mecanizado, baseado em fórmulas, fato que levou a elevados índices de reprovação e desistência dos alunos.

O interesse pela disciplina levou-me à formação em um curso de Licenciatura em Matemática e conseqüentemente às salas de aulas, lecionando Estatística e

Matemática Aplicada em cursos técnicos de Administração, Informática e Eletrônica. Procurava utilizar os conceitos matemáticos a partir das necessidades exigidas à educação profissional dos educandos, levando os alunos a refletirem a importância do estudo da disciplina.

Somente na Pós-graduação em Educação Matemática, na Faculdade Oswaldo Cruz, através da prof. Dra. Ruth Ribas Itacarambi do Centro de Aperfeiçoamento de Ensino da Matemática - CAEM, do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo – IME/USP, obtive conhecimento da Modelagem Matemática e constatei a sua importância no aprendizado dos conceitos matemáticos de forma abrangente e contextualizada. Através da minha formação técnica e tecnológica identifico na Modelagem Matemática um valioso caminho na construção de uma cultura matemática e outros valores necessários à educação destes profissionais, como a interdisciplinaridade e o desenvolvimento de pesquisas.

No curso de Pós-Graduação do Centro Paula Souza, sob a orientação do prof. Dr. Francisco Tadeu Degasperi, que desenvolve pesquisas na área de tecnologia do vácuo e utiliza, com alunos da graduação da FATEC, a Modelagem Matemática como ferramenta no estudo das pesquisas desenvolvidas em laboratório, com a preocupação de atender as necessidades observadas no ambiente industrial, surge a construção deste trabalho, propondo a modelagem como um dos percursos à formação dos conceitos matemáticos e de sua necessidade no ensino técnico/tecnológico.

Apresentação do tema e justificativa

O Programa de Mestrado do Centro Paula Souza, profissional e multidisciplinar, estrutura-se em uma única área de concentração: "Inovação Tecnológica e Desenvolvimento Sustentável". Pelas características da Instituição, o Programa proposto organiza-se a partir do seguinte eixo estruturador: o avanço tecnológico e os impactos dele decorrentes no meio, contemplando a natureza, o homem e a sociedade. A partir deste eixo levantamos o seguinte questionamento: ***Qual a importância do ensino contextualizado da matemática na formação técnica/tecnológica para o desenvolvimento das características necessárias à busca do avanço tecnológico?***

Apontamos, como hipótese para este problema, devido as características apresentadas durante seu processo, a Modelagem Matemática como proposta no desenvolvimento do aprendizado da matemática destinada a formação dos futuros profissionais na área técnica e tecnológica. Classificamos a hipótese como a que estabelece relações de associação entre variáveis (Gil, 2007), pois o conceito de variável refere-se a tudo aquilo que assumir diferentes valores ou aspectos, segundo casos particulares ou as circunstâncias.

O aprendizado da Matemática deve levar em consideração o avanço tecnológico, os impactos dele decorrentes no meio e seus reflexos dentro de nossa sociedade, levando o educando atuar de forma significativa através de seu estudo. Neste contexto devemos desenvolver nos estudantes uma competência crítica de modo a criar habilidades para lidar com o desenvolvimento tecnológico e social.

O aprendizado através da construção de modelos matemáticos, denominado Modelagem Matemática, apresenta esta possibilidade devido o fato de sua metodologia estar alicerçada à pesquisa, utilização de recursos tecnológicos, trabalho em equipe e interpretação da realidade através de uma leitura matemática, ao invés das tradicionais aulas baseadas em listas de exercícios que privilegiam cálculos e memorizações isoladas do universo do educando.

Segundo Biembengut e Hein (2007) o ensino da matemática precisa voltar-se à promoção do conhecimento matemático e na habilidade em utilizá-lo, indo além das resoluções de questões matemáticas, muitas vezes sem significado ao aluno. A Modelagem Matemática no ensino pode ser o caminho para despertar a importância e o interesse nos alunos pelo estudo dos tópicos da disciplina ainda desconhecidos, pois propicia ao educando interagir com o meio através da arte de modelar matematicamente seu ambiente.

A Modelagem Matemática apresenta características importantes e relevantes na construção dos conhecimentos e das competências exigidas aos profissionais da área técnica e tecnológica. Desta forma entendemos que sua utilização como ferramenta está em concordância com as propostas apresentada pelo Centro Paula Souza, ambiente que utilizaremos como de estudo para este trabalho.

Outro fator que nos remete ao aprendizado através da construção de modelos matemáticos são os diversos paralelos que identificamos entre a modelagem e as teorias apresentadas por pensadores conceituados no ambiente educacional e nas ciências da cognição, tais como Paulo Freire, Ubiratan D'Ambrósio, Guy Brousseau, entre outros. Estes paralelos proporcionam identificar na modelagem matemática um valioso método de ensino-aprendizagem da matemática levando em consideração necessidades atuais apresentadas pelo mundo que estamos inseridos.

Diversas pesquisas (FRANCHI, 1993, 2002; BIEMBENGUT, 1997; JACOBINI, 1999; LEAL 1999; ARAÚJO 2002; FERRUZZI, 2003) discutem a utilização da modelagem como estratégia de aprendizagem dos conceitos matemáticos (Cálculo Diferencial Integral, Estatística, Economia, etc) nos cursos de graduação. Este trabalho pretende apresentar contribuições práticas e teóricas no campo educacional das áreas técnica e tecnológica através do desenvolvimento da modelagem matemática neste ambiente. Também pretende abrir campo para discussões que apresentem novas oportunidades para o desenvolvimento de técnicas, conceitos e teorias sobre o tema em questão, pois este assunto nos remete a uma série de possibilidades, apresentadas através do trabalho com modelos no ensino técnico/tecnológico.

Objetivo do trabalho

Produzir tecnologia é criar independência econômica, política e social no cenário mundial. Os países que investirem em pesquisas tecnológicas poderão ditar as regras que alicerçam determinadas tecnologias, como o desenvolvimento sustentável e o cooperativismo. Neste contexto o aprendizado matemático pelo profissional tecnólogo assume um papel importante, pois a produção de pesquisas em busca de novas técnicas necessita uma fundamentação matemática que proporcione modelos e o desenvolvimento de uma cultura que enxergue a matemática como uma linguagem.

O Centro Paula Souza tem por objetivo, em um ambiente de investigação e de desenvolvimento de projetos, formar profissionais aptos a empreenderem uma atuação profissional qualificada dirigida à inovação e à solução de problemas de base tecnológica, oferecendo aos alunos conteúdos e conhecimentos que lhe permitam promover a pesquisa aplicada em sua área de atuação profissional, levando para o setor produtivo e à formação qualificada.

Este trabalho faz um estudo sobre a Modelagem Matemática por considerá-la um caminho ao aprendizado contextualizado da disciplina, de modo a associar seus conceitos às necessidades exigidas pela educação técnica/tecnológica, abordando como ambiente de estudo os cursos do Centro Paula Souza, entidade responsável pela formação destes profissionais.

O objetivo principal deste trabalho é identificar a Modelagem Matemática como importante ferramenta no ensino e aprendizagem dos assuntos matemáticos que apresentam relevância na formação técnica/tecnológica nos cursos do Centro Paula Souza.

Alguns objetivos específicos do trabalho são:

- ✓ avaliar a utilização da Modelagem Matemática, através de paralelos traçados por pensadores da educação, como estratégia de ensino dos conceitos matemáticos necessários à formação técnica e tecnológica;
- ✓ apresentar a necessidade de relacionamento entre os conceitos teóricos da disciplina às aplicações práticas na área de formação do aluno do Centro Paula Souza;
- ✓ demonstrar atividades relacionadas ao ensino da área de Matemática, identificando a Modelagem no cenário dos cursos técnicos e tecnológicos;
- ✓ Expor, através dos trabalhos realizados com Modelagem, uma proposta de aproximação entre o ambiente educacional e o meio industrial.

Metodologia do Trabalho

Como trabalho de pesquisa a dissertação deve retratar “um exigente processo de pesquisa e de reflexão, sustentado em referências teóricas e praticado de acordo com procedimentos metodológicos e técnicos apropriados” (Severino, 2002, p. 73). Identificando a metodologia utilizada na construção desta pesquisa, podemos classificá-la, a partir do ponto de vista sobre a forma de abordagem do problema, como *qualitativa*, pois considera que existe uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, ocorrendo uma interpretação dos fenômenos e a atribuição de seus significados.

Analisando a pesquisa através do ponto de vista de seus objetivos, pode ser considerada de cunho *exploratório*, pois visa proporcionar maior familiaridade com o problema com vista a torná-lo explícito, possibilitando a construção de hipóteses com o objetivo principal no aprimoramento das idéias (GIL, p. 41, 2007).

Com relação a classificação com base nos procedimentos técnicos utilizados, podemos considerá-la como uma pesquisa *bibliográfica*, devido sua elaboração partir de materiais publicados, constituídos principalmente de livros, publicações periódicas e impressos diversos sobre o assunto em questão (GIL, p. 44, 2007). De acordo com Severino (2002), a produção científica, utilizada como instrumento de trabalho, pode ser definida como todas as obras específicas da área de estudo e áreas afins, como livros, textos especializados, tratados, dicionários, manuais, revistas especializadas, periódicos especializados, anais de congressos, simpósios e encontros científicos, além dos recursos eletrônicos gerados pela tecnologia atual.

Estrutura do Trabalho

O trabalho apresenta a seguinte estrutura, dividida em cinco capítulos:

o capítulo 1 demonstra o ambiente que este trabalho encontra desenvolvimento: O Centro Paula Souza e a matemática na formação técnica e tecnológica;

o capítulo 2 apresenta os conceitos de Modelagem Matemática e sua importância na formação técnica/tecnológica;

o capítulo 3 justifica o uso da Modelagem como Ferramenta de ensino e aprendizagem pela ótica dos pensadores em educação;

o capítulo 4 demonstra atividades desenvolvidas no curso de MPCE na FATEC –SP, na disciplina de Teoria do Vácuo, com o prof. Tadeu Degasperi, envolvendo a Modelagem Matemática como desenvolvimento do aprendizado da disciplina;

o capítulo 5 apresenta as considerações finais.

- CAPÍTULO 1 -

O Centro Paula Souza e a Formação Técnica/Tecnológica

1.1. O Centro Paula Souza

O Centro Estadual de Educação Tecnológica "Paulo Souza" – CEETEPS, maior rede pública de educação profissional da América Latina, surgiu no cenário educacional brasileiro da década de 60, para se ajustar às novas demandas da economia e às necessidades científicas e tecnológicas do estado de São Paulo e de todo o Brasil em pleno percurso do denominado “milagre econômico”. Desta forma, após diversos estudos realizados pela busca de um amplo diagnóstico da situação econômico-social do Estado, relacionando com as atividades que seriam atribuídas ao Centro, por meio do Decreto-lei de 6 de outubro de 1969 foi criado, então, o Centro Estadual de Educação Tecnológica (CEET) de São Paulo (Queiroz, 2007).

Antônio Francisco de Paula Souza (1843 – 1917), engenheiro e professor, que quando deputado estadual foi autor do projeto que criou a Escola Politécnica de São Paulo (1894), passou a ser o patrono do CEET em 1971, passando a instituição a se chamar Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza (CEETEPS). Segundo Queiroz (2007, p.3), o Centro tem como referência internacional a formação de tecnólogos surgida em países europeus do século XIX, como Alemanha e Suíça, países em que Paula Souza estudou.

> O Centro tem como referência internacional a formação de tecnólogos surgida em países europeus, no século XIX, como Alemanha e Suíça, países em que estudou Paula Souza. A valorização do ensino técnico e tecnológico que Paula Souza e outros viram na Europa, os organizadores do CEETEPS puderam verificar também nos Institutos Universitários de Tecnologia (IUTs) da França, nas *Fachhochschulen* da Alemanha, nas *Polytechnics* da Inglaterra e nos *Junior Colleges* dos Estados Unidos, não por acaso países dotados de elevado poderio industrial e sócio-econômico. (Queiroz, 2007, p.3)

No entanto, o cenário técnico tecnológico que nas décadas de 70 e 80 objetivou a formação de mão-de-obra qualificada para atender um mercado de trabalho da época, decorrente do modelo tecnicista que vigorava no momento, apresenta atualmente outras características, objetivos e necessidades. Peterossi (1994, p.171) comenta que passada a euforia do milagre econômico e do modelo de desenvolvimento baseado na compra de tecnologia dos países desenvolvidos, tem-se cobrado maior significado para os efeitos sociais dos planos políticos e governamentais e a formação de recursos humanos que passa a ocupar um lugar especial neste contexto.

Atualmente, o Centro Paula Souza administra 151 Escolas Técnicas (Etecs) e 47 Faculdades de Tecnologia (Fatecs) em 127 cidades no Estado de São Paulo. As Etecs atendem cerca de 118 mil estudantes, sendo aproximadamente de 30 mil no Ensino Médio e mais de 87 mil no Ensino Técnico, para os setores Industrial, Agropecuário e de Serviços, em 86 habilitações. Nas Fatecs, aproximadamente 25 mil alunos estão distribuídos em 39 cursos Superiores de Graduação. (SPNOTÍCIAS, 2008).

O CEETEPS está vinculado à Secretaria de Desenvolvimento do Estado de São Paulo, órgão do governo estadual que tem por objetivo intensificar o desenvolvimento sustentável do Estado, estimular as vantagens competitivas das empresas e dos empreendedores paulistas, incorporar tecnologia aos produtos da região e fortalecer as condições para atração de investimentos no Estado. O Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT) também é vinculado à Secretaria de Desenvolvimento.

Empresas públicas e privadas fazem parcerias com a instituição por meio de convênios para o desenvolvimento de projetos agropecuários, ecológicos e sociais, para a prestação de serviços à comunidade, criação de programas de capacitação de professores, melhoria da rede física das escolas e para a criação de classes descentralizadas.

A partir das exigências impostas pelas constantes modificações ocorridas no cenário globalizado que estamos inseridos, as unidades de ensino procuram uma adequação curricular ao modelo de competências na organização didático-pedagógica, associando seu papel na formação técnica e tecnológica às novas exigências demandadas pela reestruturação produtiva. Peterossi (1994, p.172) menciona que caberá à educação técnica formar profissionais não necessariamente para o emprego, mas para o desenvolvimento de novas tecnologias e mercados ocupacionais, representando um papel estratégico numa política de desenvolvimento científico e tecnológico socialmente direcionado.

1.2. Os Cursos Técnicos e a Educação Matemática

O Centro Paula Souza mantém 151 Escolas Técnicas (Etecs) estaduais, distribuídas por 121 municípios paulistas. As Etecs ministram o Ensino Médio e o Ensino Técnico (que pode ser feito simultaneamente a partir do 2º ano do Ensino Médio ou após a conclusão deste ciclo). Atualmente, a instituição dispõe de uma grade de 83 cursos técnicos. Segundo o regimento comum das escolas técnicas estaduais do Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, as ETEs, escolas públicas e gratuitas, terão por finalidades:

I - capacitar o educando para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para sua inserção e progressão no trabalho e em estudos posteriores;

II - desenvolver no educando aptidões para a vida produtiva e social;

III - constituir-se em instituição de produção, difusão e transmissão cultural, científica, tecnológica e desportiva para a comunidade local ou regional.

As ETECs do Centro Paula Souza poderão oferecer cursos e programas, presenciais ou à distância, de Educação Profissional de Formação Inicial e Continuada, Educação Profissional Técnica de Nível médio, Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos em Nível de Educação Básica, em articulação com a educação profissional. Também poderão oferecer, conforme suas disponibilidades, cursos e programas, presenciais ou à distância, de capacitação, especialização, aperfeiçoamento e atualização de trabalhadores, professores e demais servidores.

Além dos cursos e programas apresentados, as ETECs poderão, complementarmente, conforme explícito no artigo 7° de seu regimento, desenvolver atividades referentes a:

I - extensão e/ou prestação de serviços à comunidade e à região;

II - pesquisas científicas e tecnológicas, de interesse do ensino e da comunidade, da região ou do CEETEPS;

III - organização de eventos de difusão cultural, científica, tecnológica e de caráter esportivo, de interesse para os cursos e programas mantidos ou para a comunidade e a região.

Desta forma, as finalidades apresentadas pela formação técnica dos cursos do CEETEPS visam a capacitação profissional, proporcionando conhecimentos práticos e teóricos nas diversas atividades do setor produtivo, permitindo que o educando descubra seu verdadeiro potencial e inicie o processo de desenvolvimento de suas potencialidades na busca da sua formação contínua. Neste contexto, o ensino da matemática deve buscar, além do resgate ao aprendizado dos conteúdos básicos da disciplina, um ensino contextualizado ao ambiente profissional que neste momento cerca o educando. No entanto, um dos fatores que comprometem este trabalho na educação técnica está relacionada a formação básica, proporcionada pelo ensino fundamental.

Segundo Bini (2008), em seu trabalho de conclusão no curso de graduação Matemática, com o título “Repetência na Disciplina de Matemática”, demonstra que muitos alunos fracassam por não serem sujeitos no processo de construção do conhecimento. O medo de perguntar, a visão de que o professor é portador absoluto do conhecimento e a falta de recursos didáticos que poderiam tornar o ambiente mais agradável e participativo foram alguns dos fatores identificados como possíveis causas de insucesso. Bini aponta que Avaliações realizadas pelo Ministério da Educação (MEC), confirmam os fracos desempenhos com relação ao nível do conhecimento em Matemática dos alunos que concluem o Ensino Fundamental.

O INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), coordena diversas avaliações que demonstram o desempenho dos alunos de nosso país referentes ao aprendizado da matemática. Dados disponíveis no site “*De Olho na Educação*”, o *Boletim São Paulo 2007 - As 5 Metas de Todos Pela Educação: Educação de qualidade para todos até 2022*, a meta 3, referentes ao percentual de alunos que aprenderam o que era esperado para cada série, apresentam índices abaixo dos exigidos para um aprendizado adequado. Percebemos através dos dados da tabela 1 que, além de inadequados, os índices apresentam um declínio ao longo da formação dos educandos.

TABELA 1 - Qual o percentual de alunos que aprendeu o que era esperado para cada série?

Qual o percentual de alunos que aprendeu o que era esperado para cada série?						
	4a. série EF		**8a. série EF**		**3a. série EM**	
	Líng. Port.	**Matemática**	**Líng. Port.**	**Matemática**	**Líng. Port.**	**Matemática**
BRASIL	27,9%	23,7%	20,5%	14,3%	24,5%	9,8%
SUDESTE	36,0%	31,6%	24,2%	17,2%	28,7%	11,4%
SAO PAULO	37,5%	32,8%	24,2%	16,5%	28,3%	10,7%
Obs: Os dados Brasil referem-se a escolas federais, estaduais, municipais e privadas, das áreas urbana e rural. Os dados de Regiões (Sudeste) e Estados (São Paulo) referem-se a escolas estaduais, municipais e privadas, da área urbana. Fonte: SAEB/INEP - http://www.deolhonaeducacao.org.br/Numeros.aspx?estado=35&ano=2007&boletim=2&pesquisa=1&action=42						

Na tabela 2 verificamos as médias do Saeb nas disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa, que são apresentadas em escala de proficiência, única e cumulativa, que variam entre 0 e 500. A prova que avalia os níveis de conhecimento considera valores até 275 abaixo da média e valores entre 275 e 350 aptos ao conhecimento básico. Os conhecimentos considerados adequado estão entre 350 e 400 e o conhecimento avançado para valores superior a 400. Percebemos, semelhantes aos dados da tabela 1, que os dados além de inadequados apresentam um declínio ao longo da formação dos educandos.

TABELA 2 - Brasil – Proficiência do SAEB 1995-2005

Brasil – Proficiência do SAEB 1995-2005							
SÉRIES	**DISCIPLINAS**	**1995**	**1997**	**1999**	**2001**	**2003**	**2005**
4a. série EF (a)	**Líng. Port.**	188,3	186,5	170,1	165,1	169,4	172,3
	Matemática	190,6	190,8	181,0	176,3	177,1	182,4
8a. série EF (b)	**Líng. Port.**	256,1	250,0	232,9	235,2	232,0	231,9
	Matemática	253,2	250,0	246,4	243,4	245,0	239,5
3a. série EM (b)	**Líng. Port.**	290,0	283,9	266,6	262,3	266,7	257,6
	Matemática	281,9	288,7	280,3	276,7	278,7	271,3
(a) Inclui escolas federais e rurais. As federais nos anos de 1995, 2003 e 2005. As rurais em todos os anos, porém em 1997 não inclui as da Região Norte e em 1999 e 2001 apenas as dos Estados do Nordeste, Minas Gerais e Mato Grosso. (b) Não inclui rurais, inclui federais em 1996, 2003 e 2005 *fonte: SAEB/INEP http://www.inep.gov.br/download/saeb/2005/tabelas_saeb2005.doc*							

Verificamos que as médias do Estado de São Paulo, local de estudo deste trabalho envolvendo o CEETEPS, demonstradas na tabela 3, apresentam médias semelhantes as do âmbito nacional.

TABELA 3 - Proficiência em Matemática no Estado de São Paulo - SAEB 1995-2005

Proficiência em Matemática no Estado de São Paulo - SAEB 1995-2005							
ESTADO	**SÉRIES**	**1995**	**1997**	**1999**	**2001**	**2003**	**2005**
SAO PAULO	**4a. série EF**	198,71	195,90	189,44	190,78	187,76	191,95
	8a. série EF	263,64	248,10	247,01	247,07	253,55	241,96
	3a. série EM	290,91	275,98	281,72	279,95	280,48	272,61
fonte: SAEB/INEP http://www.inep.gov.br/download/saeb/2005/tabelas_saeb2005.doc							

Segundo o INEP, a matriz de referência que norteia as provas de Matemática do *Saeb* e da *Prova Brasil* estão estruturadas com o foco na *resolução de problemas*, possibilitando a avaliação do desenvolvimento de capacidades como observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos, além de estimular formas de raciocínio como intuição, indução, dedução e estimativa. A partir dos itens do *Saeb* e da *Prova Brasil*, é possível afirmar que um aluno desenvolveu uma habilidade (constante em um descritor) quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização/aplicação de um conceito por ele já construído, motivo pelo qual a prova busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno.

Outra avaliação que demonstra os baixos índices dos aprendizados fundamentais é o apresentado pelo PISA, um programa internacional de avaliação comparada, organizada pela OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), cuja principal finalidade é produzir indicadores sobre a efetividade dos sistemas educacionais, avaliando o desempenho de alunos na faixa dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países.

O PISA pretende avaliar a amplitude dos conhecimentos, habilidades e competências que estão sendo avaliados na área de Leitura, Matemática e Ciências. Desta forma o PISA procura verificar a operacionalização de esquemas cognitivos em termos de conteúdos e estruturas do conhecimento que os alunos necessitam adquirir em cada domínio, os processos a serem executados e os contextos em que esses conhecimentos e habilidades são aplicados. Em cada edição, o foco foi direcionado principalmente sobre uma dessas áreas mencionadas. No ano de 2000 o foco era na Leitura e Matemática e Ciência como áreas secundárias, em 2003 a área principal foi a Matemática e em 2006 a avaliação enfatizou a área de Ciências.

Em 2003, com o enfoque principal para a área de Matemática, participaram do PISA 250 mil adolescentes de 41 países. No total geral, em uma escala de zero a 1000, o país que teve o melhor desempenho foi Hong Kong (550 pontos), seguido pela Finlândia (544) e Coréia do Sul (542). O Brasil ficou nas últimas colocações (356) atrás de países como o Uruguai (422), México (385), Indonésia (360) e Tunísia (359).

Em 2006 a avaliação enfatizou a área de Ciências, com Matemática e Leitura como área secundária. Nos conhecimentos de matemática o Brasil ficou na 54.º colocação segundo o relatório da OCDE (tabela 4), que avaliou 57 países. Nosso país foi o pior entre os sul-americanos, atrás de Chile, Argentina e Uruguai.

TABELA 4 - Exame PISA 2006 – Ranking dos Conhecimentos de Matemática

Exame PISA 2006 – ranking dos conhecimentos de Matemática em estudantes do Ensino Básico de 57 países						
ranking	**Países**	**Pontuação**		**ranking**	**Países**	**Pontuação**
1°	Taiwan	549		**7°**	Nova Zelândia	527
2°	Finlândia	548		**48°**	México	406
3°	Hong Kong	547		**52°**	Argentina	381
4°	Coréia	547		**53°**	Colômbia	370
5°	Holanda	531		**54°**	Brasil	370
6°	Suíça	530		**57°**	Quirguistão	311
Fonte: Relatório da OCDA – http://www.estadao.com.br/especiais/brasil-fica-entre-os-ultimos-em-avaliacao-ed,7466.htm						

A pesquisa também apresentou, além da média nacional, as pontuações divididas por Estados. O Distrito Federal demonstrou o melhor resultado com 431 pontos e o Estado de São Paulo, local de estudo deste trabalho envolvendo o CEETEPS, obteve 385, pouco acima da média nacional.

Percebemos pelos índices apresentados que a educação de qualidade proporciona reflexos no desenvolvimento econômico dos países, pois os melhores classificados pela avaliação da OCDE são países que demonstram resultados relevantes. No caso da Finlândia, país que demonstrou melhor classificação geral nas últimas pesquisas, as décadas de mão-de-obra qualificada permitiram que a eletrônica substituísse a madeira e o papel como principais produtos de exportação e o país apresenta atualmente o terceiro maior investimento em pesquisa e desenvolvimento do planeta, apresentando como exemplo a Nokia Corporation, a maior fabricante mundial de celulares, com 40% do mercado internacional (FAVARO, 2008).

Com relação a Taiwan, país que apresentou melhor rendimento no ranking dos conhecimentos de matemática no *Exame Pisa 2006*, o Fórum Econômico Mundial (FEM) anunciou dia 26 de março de 2009 que Taiwan é a 13ª economia mais enlaçada do mundo, com sua indústria de tecnologia informação e comunicação (TIC) bem desenvolvida. Segundo estatísticas da empresa *DisplaySearch*,Taiwan forneceu 89% dos computadores portáteis às marcas internacionais durante o terceiro trimestre de 2007. As empresas taiuanesas *Quanta Computer Inc.*, *Compal Electronics Inc.* e *Wistron Corporation* foram as três principais fabricantes de computadores portáteis para marcas internacionais no terceiro trimestre de 2007, com 34%, 24% e 13% da produção mundial, respectivamente.

No setor de computação coorporativa a ITRI, Industrial Technology Research Institute, em parceria com seis fabricantes de chip de Taiwan, em 2005 começou a desenvolver memórias que usam a tecnologia PRAM (Phase-change Random Access Memory). O grupo já possui 50 patentes e protótipos da memória e a equipe já finalizou as chamadas “fatias de silício”. Estas camadas são os materiais “crus” onde os chips estão gravados. Uma única fatia armazena dezenas de centenas de chips finalizados, ou seja, estas camadas prontas são sinais de progresso para uma nova tecnologia de fabricação de chips.

Ao reconhecer a importância dos recursos humanos na Tecnologia da Informação (TI), o governo de Hong Kong investiu substancialmente em todos os níveis de educação e capacitação e em 1998 foi introduzida nas escolas primárias e secundárias, para conduzir o desenvolvimento de TI na educação, a "Tecnologia da Informação para a Aprendizagem na Nova Era", atitude com medidas a curto e longo prazo, centradas na oferta e na qualidade da mão-de-obra no setor de tecnologia da informação. A preocupação na formação e capacitação dos educandos proporcionou uma melhor qualidade no Ensino Básico, demonstrada nos bons resultados obtidos nas avaliações educacionais do PISA 2003 e 2006.

Alexandre do Espírito Santo, Ph.D. em Ciência da Informação na University of Wisconsin, em seu site *triviaphilosophica* comenta que países desenvolvidos tendem a ter maior volume de Matemática em seus produtos tecnológicos que os não desenvolvidos. Sem ela um país não produz invenções de natureza científica e de longo fôlego e conjetura que um país não precisa ser grande nem famoso pelo volume de suas exportações para estar entre os melhores em avanços científicos, no entanto necessita ter o ensino de Matemática como prioritário em todos os currículos, como é o caso de Hong Kong, Finlandia, Coréia do Sul.

Na Coréia do Sul, no desenvolvimento de suas novas atividades econômicas, o governo propôs, além de investir firme na educação básica, uma política que atraiu os coreanos para as escolas técnicas com a promessa de lhes arranjar bons empregos e também criou institutos de ensinos superiores voltados para ciência e tecnologia, que passaram a produzir pesquisa de ponta e patentes. "Investir em capital humano gerou produtividade e riqueza para a Coréia", diz o economista americano Jim Rohwer em seu livro *Asia Rising* (O Surgimento da Ásia). (WEINBERG, 2005).

Dentre as principais políticas adotadas pelo governo coreano estão a concentração dos recursos públicos no Ensino Fundamental e não na Universidade (enquanto a qualidade nesse nível for precária), a premiação dos melhores alunos com bolsas e aulas extras para que desenvolvam seu talento, a racionalização dos recursos para proporcionar melhores salários aos professores e o investimento em pólos universitários voltados à área tecnológica, atraindo o dinheiro das empresas às Universidades, produzindo pesquisa afinada com as demandas do mercado.

A Coréia promoveu uma eficiente parceria entre o ambiente acadêmico e a indústria, força motriz para o tão almejado avanço tecnológico. O resultado é a troca que beneficia as duas partes, devido os cofres das universidades coreanas estarem irrigados com dinheiro da iniciativa privada e as empresas fazem uso de pesquisadores e infra-estrutura para desenvolver seus produtos. (WEINBERG, 2005).

Verificamos que os países que apresentaram bons avanços e resultados no cenário tecnológico mundial entenderam a necessidade de uma sólida formação básica, que proporcionará futuramente condições para o investimento deste educando, através dos cursos técnicos e de tecnologia, gerando pesquisas, produtividade e riqueza em benefício da sociedade que pertence. Neste contexto devemos avaliar a importância de proporcionar ao aluno, carente de conceitos básicos de matemática e que procuram uma formação técnica no ensino médio, condições para que o mesmo desenvolva as habilidades matemáticas básicas e entenda a importância do entendimento do estudo desta ciência, necessária aos seus propósitos profissionais.

Saviani (2006) comenta sobre as relações entre o Ensino Fundamental, a educação de nível médio profissionalizante e mundo do trabalho que:

> *(...) se no ensino fundamental a relação é implícita e indireta, no ensino médio a relação entre educação e trabalho, entre o conhecimento e a atividade prática deverá ser tratada de maneira explícita e direta. O saber tem uma autonomia relativa em relação ao processo de trabalho do qual se origina. O papel fundamental da escola de nível médio será, então, o de recuperar essa relação entre o conhecimento e a prática do trabalho (apud FRIGOTTO, 2007, p.1145).*

Devemos proporcionar uma educação matemática aos educandos dos cursos técnicos que possibilite o mesmo interagir em sua prática profissional através dos conceitos matemáticos, pois a disciplina não pode ser relegada ao aprendizado teórico e abstrato. Apesar das dificuldades apresentadas, devido uma formação inicial que não estabelece pilares ao desenvolvimento do aprendizado às necessidades da entidade, os educadores devem encontrar recursos que propiciem a matemática ser percebida como ferramenta na produção, difusão e transmissão cultural, científica e tecnológica.

1.3. Os Cursos Tecnológicos e a Educação Matemática

Segundo o parecer CNE/CP nº 29/2002, o MEC apresenta os cursos superiores de tecnologia como uma das principais respostas do setor educacional às necessidades de demanda da sociedade brasileira, pois o progresso tecnológico vem causando profundas alterações nos modos de produção, na distribuição da força de trabalho e na sua qualificação. Também reafirma que os grandes desafios enfrentados pelos países, atualmente, estão relacionados às contínuas e profundas transformações sociais ocasionadas pela velocidade que estão sendo gerados novos conhecimentos científicos e tecnológicos, sua rápida difusão e uso pelo setor produtivo e pela sociedade em geral.

O parecer CNE/CES nº 436/01, de 02 de abril de 2001, destaca que o curso superior de tecnologia deve contemplar a formação de um profissional apto a desenvolver de forma plena e inovadora.

A resolução CNE/CP 3, de 18 de dezembro de 2002, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a organização e o funcionamento dos cursos superiores de tecnologia, no Art. 2º, resolve que os cursos de educação profissionais de nível tecnológico serão designados como curso superior em tecnologia e deverão:

- ✓ incentivar o desenvolvimento da capacidade empreendedora e da compreensão do processo tecnológico, em suas causas e efeitos;
- ✓ incentivar a produção e a inovação científico-tecnológico, suas respectivas aplicações no mundo do trabalho;
- ✓ desenvolver competências profissionais tecnológicas, gerais e específicas, para a gestão de processos e a produção de bens e serviços;
- ✓ adotar a flexibilidade, a interdisciplinaridade, a contextualização e a atualização permanente dos cursos e seus currículos.

A partir dos diversos pontos que definem as competências exigidas ao profissional tecnólogo, podemos levantar o questionamento de como o aprendizado da matemática contribui para esta formação exigida deste profissional?

Conjeturamos que os educandos nas áreas técnicas e tecnológicas poderão apresentar diversas dificuldades na aplicação da matemática como ferramenta no exercício de sua profissão devido, principalmente a dois fatores verificados no perfil dos alunos: a falta de um aprendizado real, construído ao longo de sua formação básica, e a inexperiência na utilização dos conceitos no âmbito prático, na resolução de problemas reais.

Kurata (2007) apresenta um estudo realizado na Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC-SP, no qual identifica diversos resultados referentes a estes fatores apresentados. Em sua pesquisa, seu objetivo focava avaliar os aspectos motivacionais do aluno no ensino de Cálculo, entretanto, seu trabalho apresenta um estudo referente a falta de um aprendizado adquirido nos ciclos anteriores: “De um modo geral, os resultados comprovaram o que a maioria dos professores de Cálculo têm se queixado: a baixa qualidade de conhecimentos matemáticos adquiridos em ciclos anteriores. É com esse perfil de formação do corpo discente que se encontra o professor de Cálculo em sala de aula.” (KURATA, 2007, p.87).

O segundo fator, referente a dificuldade na utilização dos conceitos matemáticos no âmbito prático, um questionário foi proposto aos alunos de diversos cursos da FATEC-SP, com o interesse em saber qual a forma de abordagem dos conteúdos a ser apresentados mais motivariam o aprendizado matemático. Dentre os diversos itens apresentados aos alunos, a preferência apontada para todos os cursos de tecnologia da FATEC-SP, foi em que o conteúdo de Cálculo seja precedido de situações reais da sua área de atuação, para uma maior motivação à aprendizagem.

> *A grande maioria dos estudantes prefere um Ensino de Cálculo interligado para a compreensão da realidade de seus respectivos cursos, em particular, no estabelecimento de uma interação com as disciplinas profissionalizantes, o que resultaria em intercomunicação e enriquecimento recíproco. Em outras palavras, o que os estudantes preferem para o processo de ensino aprendizagem é um processo baseado na interdisciplinaridade. Isto porque, a construção do significado de um conteúdo matemático, enfrentados pelos alunos, encontra-se organizado em torno de disciplinas mais gerais e profissionalizantes, com estruturas conceituais e metodológicas compartilhadas com a maioria das disciplinas do curso que o aluno está inserido. (KURATA, 2007, p.96).*

A contextualização do aprendizado da matemática com disciplinas do quadro técnico está diretamente ligada ao aprendizado necessário à formação do profissional da área técnica e tecnológica, pois suas aspirações diante o desenvolvimento de conceitos matemáticos não é puramente aprender a manipular fórmulas a aprimorar o raciocínio lógico, mas utilizar este conhecimento para entender e interagir com seu meio produtivo. A abstração da matemática pura e a abertura à interdisciplinaridade, ao estudo de como a matemática se funde com outras disciplinas proporciona o aprendizado de um profissional que saberá enxergar problemas, juntamente com suas prováveis soluções, através da ótica matemática.

Peterossi (1994, p.172) explica que para assumir o papel de desempenhar uma educação focada na política de desenvolvimento científico e tecnológico socialmente direcionado, a formação técnica deve despir-se de velhos rótulos e metodologias de ação e submeter-se a uma vigorosa revisão de conteúdos e práticas de ensino. A partir das exigências e necessidades apresentadas à formação do aluno nos cursos técnicos e tecnológicos, questionamos, conforme mencionado no objetivo principal deste trabalho, como podemos proporcionar o ensino e a aprendizagem dos assuntos matemáticos que apresentam relevância na formação técnica/tecnológica nos cursos do Centro Paula Souza?

1.4. A Matemática e a Formação Técnica/Tecnológica

A história da matemática nos demonstra que seu nascimento ocorreu na busca de explicações sobre fatos do mundo real, do cotidiano que cercava o homem que procurava entender e através deste entendimento manipular os acontecimentos em sua volta. Com seu desenvolvimento, apresentou-se, também, como uma ciência pura que não procura atender, de imediato, nenhum objetivo prático. No entanto, este aparecimento da matemática pura levou a introspecção de seus conceitos e conseqüentemente o desenvolvimento de uma matemática abstrata, distante de entendimentos a princípios práticos.

A didática tradicional apresentada no desenvolvimento dos conteúdos de matemática, desde as séries inicias, estendendo aos cursos de graduação, estimulam o operativismo abstrato e carente de significado que pouco pode contribuir a uma aprendizagem significativa, uma aprendizagem que ao ser adquirida relaciona-se com o conhecimento prévio que o aluno possui e proporciona relevancia na estrutura de conhecimento do educando. Segundo Ferruzzi (2003, p. 31), as bibliografias utilizadas pelos professores de matemática raramente trazem aplicações voltadas à área específica de Tecnologia. Desta forma, verificamos que a formação dos docentes de matemática está voltada para matemática pura, dificultando a visão da relação existente entre as técnicas matemáticas e suas aplicações.

“Os conhecimentos básicos de cálculo, geometria e estruturas algébricas seriam meros “jogos” destinados a desenvolver habilidades intelectuais (como ocorrem com freqüência em nossas escolas) ou deveriam ser instrumentos aplicáveis aos usos cotidianos?” (BASSANEZI, 2006, p.15). Esta relevante pergunta nos remete a questionar a importância de como o estudo da matemática pode contribuir, avaliando as necessidades proposta, para a formação desta cultura técnica/tecnológica.

Segundo Bathelt (apud FERRUZZI, 2003, p.30) a matemática é trabalhada nas escolas como um amontoado de regras e procedimentos mecânicos a serem decorados e, oportunamente, utilizados. Trabalhados dessa forma, nos quais seus conteúdos são decorados, não apresentam qualquer significado prático ou teórico para a vida dos alunos. A insatisfação de alunos e professores sobre os resultados escolares nessa ciência indica que existem problemas sobre sua prática de ensino e aprendizagem que precisam ser encarados.

Para uma maior compreensão contextualizada do estudo da matemática nos cursos técnicos/tecnológicos, este ensino pode estar associado ao desenvolvimento de *modelos*, pois este procedimento proporciona um maior envolvimento no estudo dos conceitos da disciplina, descartando apenas o ensino mecânico através da utilização de fórmulas e resultados pré-estabelecidos. A modelagem estimula o educando à pesquisa sobre um assunto de seu interesse, pois abordará o campo de estudo em sua formação, a partir de uma óptica matemática.

Esta situação pode levar, além do aprofundamento no estudo de assuntos pertinentes à sua formação, pois o educando desenvolve um determinado estudo em seu ambiente profissional à elaboração dos modelos, ao aprimoramento do aprendizado dos conceitos matemáticos, devido o fato de que os modelos matemáticos serão elaborados, necessariamente, a partir do conhecimento matemático que dispuser o educando (modelador).

Segundo Bean (2001), para melhor entender o atual papel da Modelagem Matemática na Educação é importante examinar suas raízes nas aplicações de matemática praticadas por matemáticos, engenheiros, biólogos, etc. As situações-problema encontradas na indústria, no setor da saúde e meio ambiente, entre outras exigem que o profissional crie ou, pelo menos, modifique modelos matemáticos com a finalidade de descrever, entender e resolver os problemas enfrentados.

> *O profissional modela uma situação, onde há um problema, mas para melhor entendê-la. Ele define os parâmetros, as características e as relações entre as características que são pertinentes à resolução do problema. As características e relações extraídas de hipóteses e aproximações simplificadoras são traduzidas em termos matemáticos (o modelo), nos quais a matemática reflete a situação do problema. Durante e depois da criação do modelo, o profissional verifica a coerência da matemática e a validade do modelo no contexto do problema original. Os ajustes, modificações ou novos modelos serão realizados ao longo do processo, até que um modelo aceitável dê conta do enfrentamento do problema (BEAN, 2001, p.51).*

No capítulo seguinte demonstraremos o que se entende por Modelagem Matemática e como identificamos sua importância no processo de ensino aprendizagem no cenário técnico tecnológico.

- CAPÍTULO 2 -

A Modelagem Matemática

Desde a antiguidade a humanidade recorreu à modelagem, a construção de modelos, como meio de expressão do conhecimento. A invenção da escrita pode ser considerada um dos principais modelos construídos pela sociedade, pois através de símbolos consegue canalizar o processo de comunicação que até determinado momento ocorria apenas através da linguagem oral e de gestos corporais. Com o desenvolvimento das diversas sociedades, novos meios, ou novos "modelos" foram sendo construídos. Através de esculturas, músicas, poemas, literaturas a humanidade foi modelando, criando modelos, sua forma de enxergar e interagir com o mundo. Neste contexto se insere o desenvolvimento da matemática.

Segundo Leal (1999) O termo *modelo* foi introduzido na Matemática no último Século com a descoberta das geometrias não euclidianas de Riemann e Lobachewski. Entretanto, antes disso, pode-se encontrar modelos matemáticos nos trabalhos que envolviam conceitos como função, números naturais, conjuntos, entre outros. Atualmente, o termo Modelo Matemático é amplamente utilizado no circuito acadêmico e apresenta diversas conotações e definições.

O ato de criar modelos matemáticos, de desenvolver os estudos da disciplina através da modelagem matemática não está simplesmente no fato de encontrar resultados e soluções para os problemas levantados, mas, além desta importância, ressaltar a construção de valores no aprendizado da matemática a partir de sua relevância no entendimento do universo que estamos inseridos. Podemos sintetizar este pensamento nas palavras de Sir D'Arcy W. Thompson (apud Biembengut e Hein, 2007, p.7), quando disse que "Newton não mostrou a causa da maçã caindo, mas a similaridade entre a maça e as estrelas".

2.1. Abordagens Conceituais sobre Modelagem Matemática

Para Biembengut e Hein (2007, p.12) a Modelagem é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Modelo matemático, segundo esses autores, é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir um fenômeno ou um problema de uma situação real. Na construção do modelo, o modelador precisa de intuição e criatividade para interpretar o contexto sabendo discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e tendo senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

D'Ambrósio (2003) identifica a Modelagem Matemática como um processo valioso de encarar situações reais, culminando com a solução efetiva de um problema real e não com a simples resolução de um problema artificial. Avalia a modelagem como uma forma de interação entre o que ensina em sala de aula e as questões relacionadas com a realidade. D'Ambrósio afirma (apud BEAN, 2001, p.56) que o modelador, ao fazer modelagem, simplifica ou reduz o objeto ou o sistema (realidade) para facilitar a aplicação da matemática na busca de um melhor entendimento. Neste passo de simplificação, o modelador perde parte da realidade e, desta forma, tem que voltar à situação inicial (realidade) para validar o modelo e suas interpretações. Este processo está na essência do método científico e desde os primeiros anos de escolarização deve ser um dos principais componentes do processo educacional.

Segundo Bassanezi (2006, p. 16), a Modelagem Matemática que pode ser tomada tanto como método científico de pesquisa quanto uma estratégia de ensino-aprendizagem, consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. KAPUR (apud LEAL, 1999) comenta que a modelagem matemática tem sido aplicada com maior intensidade nas últimas décadas e seu interesse tem sido crescente, devido principalmente, aos problemas de defesa e situações-problema das indústrias.

Ferruzzi, Gonçalves, Hruschka e Almeida (2004, p.1355) afirmam que como método de pesquisa a modelagem tem uma orientação metodológica a ser seguida e apresentam um esquema encontrado com freqüência nas literaturas sobre o assunto, visando descrever etapas pertinentes de um processo de modelagem, composto pelas etapas que descreveremos a seguir. Afirmam ainda que apesar das etapas não representam uma prescrição rigorosa apresentam uma seqüência de procedimentos direcionadoras, proporcionando maior êxito no desenvolvimento de problemas por meio da Modelagem Matemática.

- ✓ **Definição do problema**: a partir de uma situação real é proposto e identificado o problema a ser estudado. Na seqüência inicia-se a pesquisa sobre o assunto definido em busca de dados necessários à solução do problema;
- ✓ **Simplificação e formulação de hipóteses**: após o processo de coletas de dados ocorre a examinação e a seleção, isto é, uma simplificação das informações observadas de modo que preservem as características principais do problema;
- ✓ **Dedução do modelo matemático**: momento no qual ocorre a substituição da linguagem na qual se encontra o problema para uma linguagem matemática adequada às necessidades;
- ✓ **Resolução do problema matemático:** é a fase na qual, utilizando os recursos da Matemática que mais se adequar ao problema, procurarmos a solução ao questionamento matemático formulado;
- ✓ **Validação**: neste período ocorre a análise da aceitação do modelo apresentado. Os dados reais são comparados aos dados fornecidos pelo modelo, proporcionando a validação do modelo matemático. Neste momento, caso o modelo não seja considerado válido é necessário retornar à formulação de hipóteses e simplificações, reiniciando o processo de modelagem;
- ✓ **Aplicação do modelo:** após a validação do modelo este deve ser utilizado como base à compreensão da resolução do problema. Neste momento o modelador pode analisar, manipular e intervir com as situações que envolvem o problema.

Bassanezi (2006, p.29) afirma que o modelo matemático é obtido quando ocorre a substituição da linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente, pois como em um dicionário, a linguagem matemática admite “sinônimos” que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural.

Semelhantes etapas são verificadas na figura 1 apresentada por Bean (2001, p. 51) que afirma que na forma de proposta metodológica a Modelagem provoca algumas mudanças e ajustes em suas etapas para se adaptar ao ambiente de sala de aula.

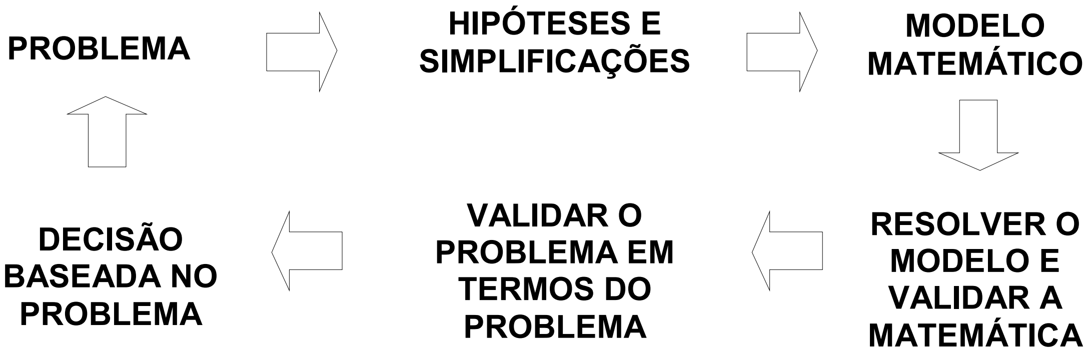

FIGURA 1 - Resolução de Problemas Aplicados (Envolvendo Modelagem Matemática)

Fonte: BEAN (2001)

Bean explica que neste esquema apresentado por Meyer (1998) e Biembengut (1999) o profissional modela uma situação para melhor entendê-la, definindo seus parâmetros e as relações existentes e necessárias à resolução do problema. Desta forma, as características e relações extraídas das hipóteses e aproximações simplificadas são traduzidas em termos matemáticos, o que denominamos de modelo. Após sua criação, o profissional verifica a coerência da matemática e a validade do modelo no contexto do problema original, propondo ajustes, modificações ou novos modelos serão realizados ao longo do processo, até que um modelo aceitável fornecendo a solução do problema (BEAN, 2001).

Biembengut e Hein (2007) afirmam que o trabalho com Modelagem tem como objetivo primordial proporcionar condições aos alunos para que possam identificar modelos matemáticos e que não representa uma nova idéia, pois sua essência sempre esteve presente na elaboração das teorias científicas e, em especial, nas teorias matemáticas. Estes autores apresentam a modelagem proporcionada em três etapas, subdivididas em seis subetapas (BIEMBENGUT e HEIN, 2007, p.13):

1. Interação
    - ✓ Reconhecimento da situação-problema;
    - ✓ Familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico.

2. Matematização
    - ✓ Formulação do problema → hipótese;
    - ✓ Resolução do problema em termos do modelo.
3. Modelo matemático
    - ✓ Interpretação da solução;
    - ✓ Validação do modelo → avaliação

Este processo é apresentado esquematicamente na figura 2 (BIEMBENGUT e HEIN, 2007, p.15) da seguinte forma:

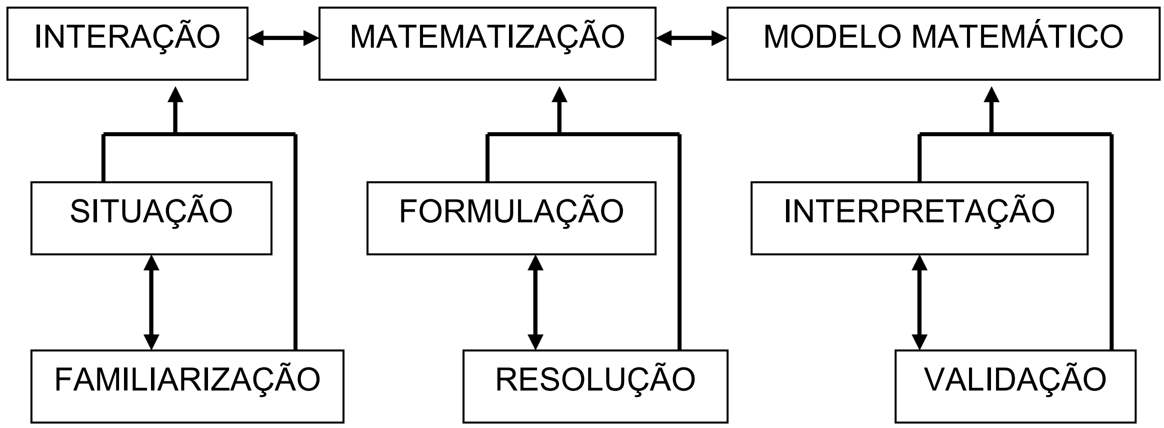

FIGURA 2 – Dinâmica da Modelagem Matemática
Fonte: BIEMBENGUT e HEIN (2007)

Na etapa da interação é feito o delineamento da situação a ser estudada e elaborada uma pesquisa, através de uma bibliografia sobre o assunto ou de modo direto, através de pesquisas de campo e coleta de dados experimentais. Na subdivisão desta etapa o reconhecimento da situação-problema e a familiarização não assumem uma ordem rígida, pois suas definições são elaboradas à medida que acontece a interação com os dados.

Na matematização, etapa subdividida entre a formulação do problema e sua resolução, ocorre o entendimento da situação-problema utilizando a linguagem matemática, através de expressões, fórmulas, equações, gráficos, entre outros recursos. Na etapa de conclusão do modelo matemático, a interpretação, analisando as implicações proporcionadas pelo modelo no problema proposto, e a validação que objetiva verificar a adequação e a relevância da solução propostas pelo modelo.

A proposta de utilização da Modelagem Matemática no ensino técnico tecnológico apresenta a possibilidade de sua utilização em diversas disciplinas dos cursos, pois não está restrita apenas ao uso das aulas de matemática (Cálculo, Estatística, Matemática Financeira, entre outros). Ambos, educadores matemáticos e educadores da área tecnológica podem proporcionar o desenvolvimento do aprendizado de suas disciplinas através de modelos matemáticos.

Um professor da área tecnológica pode apresentar aos alunos determinado problema, retirado de situações reais propostas pela necessidade do mercado industrial, propondo a solução através da Modelagem Matemática. D'Ambrósio (apud BEAN 2001, p. 56) aponta a modelagem como um processo que está na essência do método científico e desde os primeiros anos de escolarização deve ser um dos principais componentes do processo educacional.

No desenvolvimento do conteúdo programático das aulas de matemática, o educador da disciplina utiliza situações do cotidiano do educando e propõe a solução através da construção do modelo matemático utilizando-se dos recursos do conteúdo que deseja expor ao aluno. Marilaine de Fraga Sant'Ana, professora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em seu artigo "Modelagem de Experimento e Ensino de Cálculo" apresenta uma experiência com um grupo de alunos do curso de Cálculo I. O experimento consistia no desenvolvimento de um modelo matemático do escoamento da água contida em uma garrafa plástica por um orifício, verificando a condição que a coluna d'água exerce no sistema.

> *Indaguei dos alunos a respeito do domínio da função que representaria a altura da água em função do tempo. Os alunos ficaram divididos a respeito do domínio: se deveria ser o intervalo [0,41], tempo de observação do experimento, ou o intervalo [o,∞). Decidimos porem que o domínio a ser utilizado seria [o,∞), com base no argumento de um dos alunos: "mesmo que pudéssemos continuar observando, o processo poderia continuar ocorrendo por muito tempo...*[1]

---

[1] Neste experimento os alunos sobre o escoamento da coluna d'água em determinado intervalo de tempo os valores de 0 a 41 estão em segundos. Percebemos pelo relato que a escolha de escolher o intervalo de 0 a ∞ (infinito) partiu dos alunos que identificaram que o processo poderia continuar por muito tempo.

> *Como estes alunos estavam estudando limites em Calculo I, observaram que esta função teria o limite lateral, quando o tempo tende a zero pela direita, igual a 20, e que existe o limite para zero pela esquerda, uma vez que a função não está definida para valores negativos. Neste momento uma aluna comentou: "Isto existe mesmo; quando a gente calcula em aula, parece que é só conta", opinião que contou com o apoio dos demais colegas (BARBOSA, CALDEIRA, ARAÚJO, Orgs., 2007, p. 154).*

No desenvolvimento do conteúdo programático nas aulas de matemática, Biembengut e Hein (2007) comentam que o professor segue as mesmas etapas e subetapas do processo de modelagem (figura 2), acrescentando na etapa da matematização o desenvolvimento do conteúdo matemático que pretende abordar, segundo a determinação de seu programa, e apresenta exemplos e exercícios análogos para o aprimoramento do aprendizado do educando.

Na matematização, formula-se uma das questões levantadas, objetivando os alunos proporem respostas. Na formulação da questão, ao sugerir um conteúdo programático para obtenção do resultado no processo de modelagem, o educador interrompe o processo de obtenção do modelo e apresenta e desenvolve o conteúdo que deseja abordar da disciplina, expõe exemplos e retorna a modelagem no momento que identificar adequado. Desta forma, esquematicamente apresentado na figura 3, temos:

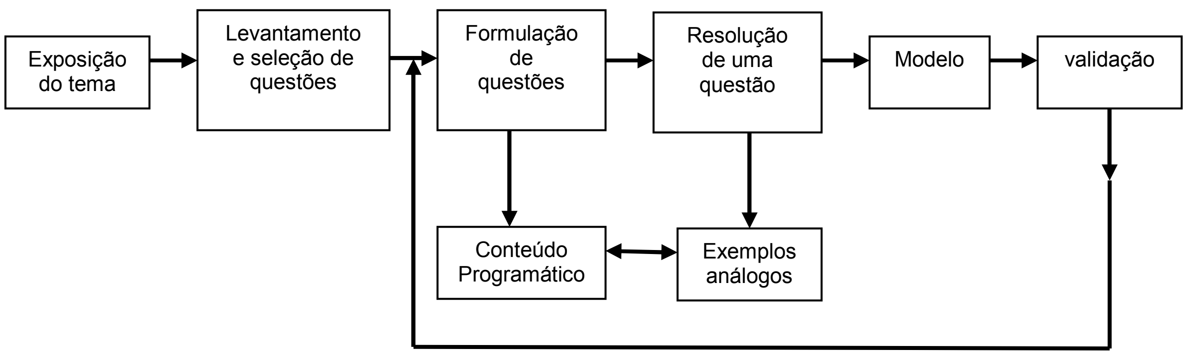

Figura 3 – Desenvolvimento do conteúdo programático

Fonte: BIEMBENGUT e HEIN (2007)

Este desenvolvimento do conteúdo matemático pode ser utilizado desde as séries iniciais até as pós-graduações pelos professores de matemática. A Modelagem neste contexto possibilita o educando entender o motivo, perceber a necessidade de obter determinado aprendizado. Neste processo o professor pode encontrar as respostas para perguntas como “por que tenho que aprender isto?” ou “para que isto serve?” e pode encontrar respostas como a apresentada pela aluna da profª Sant’Ana: “Isto existe mesmo; quando a gente calcula em aula, parece que é só conta”.

Segundo Bassanezi (2006) a Modelagem Matemática é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, pois elaboramos representações de um sistema ou parte dele. Desta forma, transpõe-se o problema de alguma realidade para a matemática, no qual será desenvolvido através de teorias próprias da Ciência. Apesar de suas diversas restrições em uma situação de pesquisa, o uso da Modelagem Matemática é adequado devido o fato de contribuir na compreensão e no desenvolvimento do fenômeno analisado.

Bassanezi comenta ainda ser interessante que os métodos e técnicas matemáticas possam ser freqüentemente interpretados na linguagem do fenômeno original. Neste processo de intermediação entre o problema original e o modelo matemático é uma atividade que poderíamos classificar como típica da Matemática Aplicada, pois exige uma avaliação competente da questão sob ambos pontos de vista. Desta forma, podemos assumir que esta seja a atitude mais importante quando se trabalha com modelagem, pois nos fornece a validade ou não do modelo (BASSANEZI, 2006, p. 26).

A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender determinado ambiente destinado ao estudo, fazendo o modelador participar do mundo real, proporcionando capacidade de influenciar em suas mudanças. Como processo dinâmico à obtenção de modelos, a modelagem matemática de uma situação ou um problema real deve seguir uma seqüência de etapas, definidas da seguinte forma (BASSANEZI, 2006, p. 27):

1 – **Experimentação**: atividade essencialmente laboratorial, na qual se processa a obtenção de dados.

2 – **Abstração**: procedimento que leva à formulação dos modelos matemáticos. Nesta fase estabelecemos:

- ✓ Seleção de variáveis – A distinção entre as variáveis de estado que descrevem a evolução do sistema e as variáveis de controle que agem sobre o sistema;
- ✓ Problematização – Se constitui em uma pergunta científica quando explicita a relação entre as variáveis envolvidas no fenômeno;
- ✓ Formulação de hipóteses – formulações gerais que permitem o pesquisador deduzir manifestações empíricas especificas;
- ✓ Simplificação – R. Bellman (1924-1985), matemático aplicado, comenta que "*é irônico que para compreendermos algo cientificamente precisemos lançar fora informações. Isto acontece porque neste estágio de nosso desenvolvimento intelectual não somos capazes de lidar com uma ordem de complexidade maior. Conseqüentemente devemos simplificar*" (BASSANEZI, 2006, p.28 e 29)

3 – **Resolução**: obtemos o modelo matemático quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente.

4 – **Validação**: processo de aceitação ou não do modelo proposto. Os modelos devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real.

5 – **Modificação**: os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade e as soluções geralmente não conduzem às previsões corretas e definitivas. Algumas hipóteses podem ser falsas ou distantes da realidade, dados experimentais podem ser obtidos de maneira incorreta ou outras variáveis envolvidas na situação não foram utilizadas na elaboração do modelo. Desta forma, torna-se necessária a modificação do caminho percorrido e a definição de outros percursos.

6 – **Aplicação**: o modelo é utilizado na prática cotidiana, na aplicabilidade pelo propósito que foi elaborado, pois uma modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender, isto é, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças.

Esquematicamente, podemos descrever, através da figura 4, as atividades intelectuais de Modelagem Matemática da seguinte forma (BASSANEZI, p. 27, 2006):

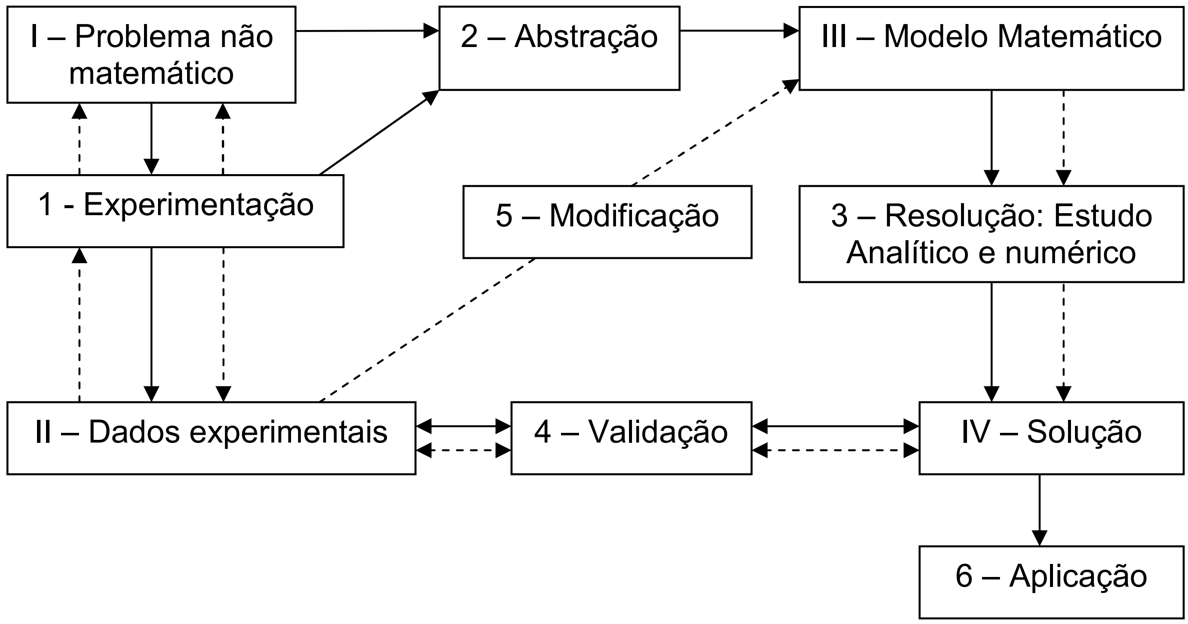

Figura 4 – Esquema de uma modelagem: as setas contínuas indicam a primeira aproximação e a busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado, pelas setas pontilhadas

Fonte: BASSANEZI (2006)

Bean (2001, p.52) explica que para apresentar a modelagem aos alunos é preciso aproximar a matemática escolar e universitária aos interesses e aspectos da vida fora da sala de aula, sejam eles do cotidiano, da cidadania ou do meio profissional. Nos cursos técnicos e tecnológicos os educadores podem utilizar os recursos da modelagem para aproximar os educandos de uma realidade profissional, apresentando a matemática como uma ferramenta no desenvolvimento de problemas de cunho tecnológico.

Bassanezi (p. 34, 2006) explica que um esforço maior em Matemática Aplicada tem sido na solução de problemas *industriais* e de *engenharia*, pois nem todo problema tecnológico é essencialmente físico em natureza, devido alguns importantes problemas nesta área serem oriundos de processos e controles de automação.

Neste contexto encontramos em algumas literaturas que diferenciam o termo "modelagem" e "modelação". Bean (2001) comenta que em estudos de mestrado e doutorado sobre modelagem enfatizam este aspecto e apresentam a distinção entre a modelagem, como proposta para o Ensino Fundamental e Médio, e a "modelação", que é mais comum no Ensino Superior.

> *Os estudos de "Modelagem" no Ensino Superior desenvolvidos por BIEMBENGUT (1997), GAMBA (1996) e FRANCHI (1993) propõem modificações no processo de Metodologia de Problematização para priorizar o conteúdo do curso e os objetivos profissionais dos alunos. A escolha de temas e/ou problemas é feita especificamente para levantar o conteúdo da disciplina e, ao mesmo tempo, abordar assuntos nos cursos de Engenharia, Contabilidade, etc. Este método de ensino é nomeado "Modelação" (BEAN, 2001, p. 52).*

A proposta deste trabalho é apresentar a "modelagem" ou "modelação" como um caminho ao aprendizado da matemática contextualizada às necessidades mencionadas, segundo as exigências na formação técnica tecnológica. Percebemos que tanto na educação técnica, realizada em alguns casos junto ao Ensino Médio, e na educação tecnológica, curso destinado à formação superior, os requisitos propõem o ensino de uma matemática como uma leitura do ambiente, descrevendo processos industrias ou de ciências práticas.

Como mencionamos, desde a antiguidade a humanidade recorre à construção de modelos como meio de expressão do conhecimento e que o termo "Modelagem Matemática" é amplamente utilizado no circuito acadêmico. No desenvolvimento do trabalho apresentaremos um breve histórico do percurso da Modelagem no ensino da Matemática no Brasil.

2.2. A Modelagem Matemática no Ensino

De acordo com o Boletim Informativo do Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino – CREMM, Aristides Camargos Barreto foi o primeiro professor brasileiro a fazer atividades didáticas de Modelagem matemática no ensino e representar o Brasil em congressos internacionais apresentando trabalhos sobre o tema a partir da década de 70. Nascido em Belo Horizonte-MG em 1935, Aristides conheceu a Modelagem Matemática durante seu curso de Engenharia, no qual se graduou Engenheiro Civil pela UFMG em 1959. A idéia de usar a modelagem na Educação Matemática começou na metade dos anos de 1970, na PUC/Rio, com o objetivo de tornar os estudantes mais motivados e interessados, Aristides combinou modelos e módulos instrucionais nas disciplinas de Fundamentos da Matemática Elementar e Prática de Ensino da Licenciatura em Matemática com a de Cálculo Avançado para engenheiros em Programa de Pós-graduação. (CREEM, 2007, p.2)

Uma das principais experiências pedagógicas realizada por Aristides Camargos foi em 1976, na disciplina de Cálculo Diferencial Integral IV com alunos do ciclo básico oriundos de Cursos de Engenharia, Matemática, Física e Química. Durante o curso foram propostos, formulados e analisados vários modelos matemáticos, alguns clássicos e outros adaptados aos modelos clássicos das áreas de Econômica, Física, Mecânica, Tecnológica e Ecologia. Paralelamente a este trabalho, Aristides orientou as duas primeiras dissertações de Mestrado de Cursos de Pós-Graduação da PUC-RJ que abordam o tema Modelagem Matemática no ensino. *Modelos na Aprendizagem da Matemática*, de autoria de Celso Braga Wirner, defendida em 1976 e *Estratégia Combinada de Módulos Instrucionais e Modelos Matemáticos Interdisciplinares para Ensino Aprendizagem de Matemática em Nível de Segundo Grau*, de autoria de Jorge E. Pardo Sanches, defendida em 1979, são as primeiras dissertações, as primeiras produções nacionais, que se tem registro referente ao tema Modelagem Matemática no ensino.

A dissertação de Celso Braga Wirner está organizada em *Apresentação*, cinco *Capítulos* e as *Referências Bibliográficas*. Os capítulos estão intitulados na seguinte estrutura: *As Etapas da Aprendizagem*, na qual faz considerações com as teorias de J. Piaget; Z.P. Dienes e G Pólya, *Modelos,* conceituando os termos Modelo e Modelo Matemático e expõe sobre o ensino da matematização de situações, *Modelo e Axiomática,* apresentando o papel dos modelos de aprendizagem e a compreensão do conceito de axioma, *Modelos Concretos em Geometria Elementar*, defendendo que o ensino de geometria deve resolver problemas práticos, desenhar a solução, abstrair dele conceitos geométricos e *Modelos em Topologia Algébrica*, na qual o autor apresenta vários exemplos que denominou de modelos topológicos curiosos, feitos com desenhos e recortes de papel. Wilmer não deixou um capítulo especial à conclusão, no entanto expõem na apresentação e no último capítulo que sua intenção é que este trabalho possa incentivar atuais e futuros educadores a desenvolverem a Modelagem Matemática no seu cotidiano. (CREEM, 2008, p.3)

A dissertação de Sanches está organizada em quatro capítulos: *Introdução, Revisão da Literatura, Metodologia, Resultados e Discussão, mais Referências Bibliográficas, Recomendações e Anexos*. Sanchez apresenta algumas teorias sobre aprendizagem, ensino por competência, módulos instrucionais e modelos matemáticos. O estudo exploratório consistiu na análise descritiva de uma "estratégia integrada de Módulos Instrucionais e Modelos Matemáticos Interdisciplinares no ensino e aprendizagem da Matemática em nível de Segundo Grau", visando identificar facilidades e dificuldades no processo de elaboração dos módulos e modelos, assim como na sua utilização. Os resultados da pesquisa permitiram considerar que o uso combinado do material instrucional modelos e módulos é um meio de levar o aluno a compreender o sentido da matemática e a relação com outras disciplinas não necessariamente matemáticas. (CREEM, 2008, p.3)

A partir destes trabalhos, diversos outros foram elaborados desenvolvendo o tema sobre modelagem matemática no mais diversos ambientes de ensino. Na pesquisas realizada por Biembengut, Schmitt e Vieira (2008), permite identificar mais de quinhentos títulos de trabalhos publicados em Anais de Congressos regionais, estaduais, nacionais e internacionais, ocorridos no Brasil entre o período de 1970 a 2007.

> *Foi possível identificar 560 de títulos de trabalhos publicados (entre resumos ou artigos completo) em Anais de Congressos (regionais, estaduais, nacionais e internacionais) ocorridos no Brasil entre o período de 1970 a 2007, que foram classificados por fase de escolaridade e organizados em um quadro constando: títulos e respectivos autores, evento, cidade/estado. Destaca-se que esta classificação preliminar foi baseada nos títulos de cada artigo. Classificou-os como: práticas de sala de aula (237) e teóricas (323). Ressalta-se que práticas de sala de aula são as pesquisas cujos dados empíricos sobre estas práticas são explícitos nos textos. As práticas de sala de aulas (237) foram subdivididas em Ensino Fundamental (90), Ensino Médio (46), Ensino Superior (41) e Formação de Professores de Matemática (60). Fez-se um mapa que apresenta um panorama da produção em Modelagem Matemática nestes 37 anos (BIEMBENGUT, SCHMITT e VIEIRA, 2008, p. 203).*

No decorrer deste período muitos pesquisadores da modelagem matemática foram construindo uma estrutura que caracterizou a modelagem como uma linha de pesquisa no campo do aprendizado matemático. Rodney Carlos Bassanezi, Maria Sallet Biembegunt, Jonei Cerqueira Barbosa, Ademir Donizeti Caldeiram, Jussara de Loiola Araújo, entre muitos outros são responsáveis por diversos livros, seminários, simpósios e grupos de estudos sobre pesquisas e práticas educacionais com modelagem matemática.

Diversos grupos de pesquisas procuram desenvolver, através dos esforços de seus participantes, o estudo da matemática através da modelagem. O **CREMM** - Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino, inaugurado no mês de outubro de 2006, pretende ser um Centro de Estudo e Pesquisa integrado a outros Centros ou Grupos de Pesquisa na área para promover ações que contribuam para a Educação Matemática e dispor de um sistema de documentação referente pesquisas e práticas pedagógicas de Modelagem Matemática no Ensino.

Com objetivos semelhantes verificamos o **NUPEMM,** grupo de pesquisa certificado pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) junto ao CNPq desde março de 2005, o **MODEM**, grupo do Departamento de Educação da Fundação Universidade Regional de Blumenau – FURB e o **G10**, Grupo de Trabalho (GT) de Modelagem Matemática, estabelecido pela SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, no ano de 2001.

Podemos perceber que a partir da iniciativa do prof. Aristides Camargos Barreto a modelagem matemática absorveu diversos admiradores e atualmente apresenta um vasto campo de desenvolvimento do aprendizado da matemática, aplicado nos diversos níveis de ensino, desde as séries iniciais do ensino fundamental até a formação de professores em ambientes de pós-graduação.

Apresentamos nesta parte do trabalho o desenvolvimento da Modelagem Matemática no cenário educacional brasileiro, suas pesquisas, seus pesquisadores e grupos de estudos. Nosso próximo passo é apresentar a Modelagem Matemática, por considerá-la necessária, a partir dos estudos apresentados, ao aprendizado contextualizado da disciplina associado às necessidades exigidas pela educação técnica/tecnológica.

2.3. A Modelagem Matemática e a Formação Técnica/Tecnológica

Na palavra "*tecnologia", "*tecno" provém do vocábulo latino "techné" quer dizer arte ou habilidade, ou seja, é o saber fazer; "logia" provém de "logos" que significa razão. Logo, etimologicamente, "*tecnologia"* significa "*a razão do saber fazer".* (FERRUZZI, p.09). A promulgação da LDB n° 9394/96, no capítulo referente à Educação Superior, o artigo 43 apresenta diversos itens como finalidades da ES, dentre os quais destacamos:

I – estimular a criação cultural e o desenvolvimento do espírito científico e do pensamento reflexivo;

II – formar diplomados nas diferentes áreas de conhecimento, aptos para a inserção em setores profissionais para participação no desenvolvimento da sociedade e colaborar na sua formação contínua;

III – Incentivar o trabalho de pesquisa e investigação científica, visando o desenvolvimento da ciência e da tecnologia e da criação e difusão da cultura, desenvolvendo o entendimento do homem e do meio que vive;

Peterossi (1994), afirma que ciência e tecnologia apresentam características diferentes de atuação, devido a primeira demonstrar um caráter universal e a segunda é uma manifestação cultural, que responde as exigências e necessidades concretas de um determinado mercado.

> *Ciência e Tecnologia são atividades que, embora independentes, não se relacionam de forma direta. Dado um nível determinado de conhecimento científico acumulado, somente um estímulo concreto do mercado será capaz de desencadear o ciclo de atividade tecnológica, que poderá ou não resultar numa inovação. Pode-se afirmar que ciência e tecnologia tem características diferentes de atuação, o que limita em muito a sua interação. A principal característica da ciência é ser universal, já a tecnologia é uma manifestação cultural que não se transfere. Tecnologia pressupõe nível de competência de conhecimentos dirigidos para responder às exigências e necessidades concretas de um determinado mercado, numa determinada sociedade (PETEROSSI, 1994, p. 171).*

A Ciência procura descobri as leis universais imutáveis do comportamento da natureza, observando e comparando fatos ou fenômenos, concebendo modelos e conjuntos de regras. A Tecnologia emprega-se dos conhecimentos, das informações propostas pelas Ciências para fazer artefatos, instrumentos, elaborar produtos. A Ciência e a Tecnologia são inseparáveis, pois assim como a Tecnologia se aproveita da Ciência, a mesma não progride sem os recursos tecnológicos precisos e sofisticados do mundo contemporâneo.

No ambiente educacional tecnológico o educando não necessita de um preparo para desenvolver a matemática como Ciência, pois esta função é própria aos matemáticos. A disciplina tem o propósito de desenvolver competência aos conhecimentos dirigidos à manipulação, a modelação, através da ótica matemática, de outros conhecimentos de capacidade profissional deste indivíduo, proporcionando a ampliação da inovação tecnológica para responder às exigências e necessidades concretas de um determinado mercado, numa determinada sociedade.

Segundo Menino (2007), a capacitação tecnológica pode se dar de três formas: *Absorção, Adaptação* ou *Inovação*. A capacitação por *Absorção* se caracteriza como a forma mais comum e imediata de obter tecnologia através da compra direta no exterior de um detentor dessa tecnologia. A segunda forma de capacitação tecnológica, por *Adaptação,* também é chamada de i*mitação*. Neste processo por *Adaptação* é crucial que os envolvidos tenham adquirido, por educação formal ou treinamento, as competências necessárias à difusão das tecnologias adquiridas, pois sem essa capacidade rapidamente se retroage a absorção das tecnologias. A próxima forma de capacitação tecnológica é a *Inovação* que pode ser definida como atividade pioneira, um novo produto no mercado.

> *O termo "inovação" é definido como atividade pioneira, baseada principalmente nas competências internas de uma empresa de desenvolver e introduzir um novo produto no mercado. Contudo, pode ser difícil distinguir a inovação da imitação criativa. Joseph Schumpeter diferenciou ambas, afirmando que a inovação envolve a comercialização de um invento, que se limita ao processo de criação e descoberta, enquanto a imitação refere-se à difusão da inovação (KIM apud MENINO, 2007, p.6).*

Verificamos que as exigências das competências na formação deste profissional estão acima de uma simples formação técnica em determinada área ou no simples rótulo de curso de “curta duração” para preenchimentos de mão-de-obra ao mercado de trabalho. No entanto, devido a inconsciência de alguns educadores na área técnica, a enxuta carga horária e conseqüentemente da grade curricular, a matemática pode perder seu espaço devido a falta de identificação entre os conteúdos abordados e as demais disciplinas técnicas dos cursos. Os educandos não identificam a matéria como parte integrante de sua formação tecnológica, não encontram relação entre os assuntos abordados nas aulas de matemática e sua realidade como futuro profissional de tecnologia e acabam rotulando a disciplina como desnecessária à sua formação.

As disciplinas na área de matemática nos cursos de tecnologia devem estar alinhadas aos propósitos mencionados acima, isto é, proporcionarem a razão do saber fazer. Desta forma necessita dialogar interdisciplinarmente com as demais matérias do curso em questão, propondo ao educando a consciência da necessidade do aprendizado desta leitura do ambiente que irá atuar através da matemática.

Segundo Bassanezi (2006) a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Desta forma, verificamos a importância da adoção do processo de modelagem no desenvolvimento do aprendizado em cursos de tecnologia, pois este futuro profissional deve demonstrar habilidades matemáticas para empregá-las em sua área de atuação.

Através da Modelagem os alunos da área técnica e tecnologia aprendem identificar a matemática como uma nova forma de leitura de seu mundo, leitura esta feita de modo cientifico, tecnológico. Desta forma, o educando identifica na disciplina seu processo de formação profissional, pois seu aprendizado está contextualizado com a proposta de sua educação, proporcionando novas aptidões a estes futuros profissionais. Podemos conjeturar que a principal importância na educação matemática no ambiente técnico e tecnológico é desenvolver habilidades nos educandos para que possam encontrar soluções, através de uma interpretação matemática, para os problemas práticos de sua especificidade.

Bassanesi (2006, p.44) define estas habilidades como a capacidade de tomar problemas definidos em alguma situação prática relativamente complexa (problemas de cunho científico tecnológico, por exemplo), transformá-lo em um modelo matemático e procurar uma solução que possa ser reintegrada em termos de situação original. Este processo de transformação de leitura e interpretação de um fato real através da Modelagem Matemática é apresentado através do seguinte esquema (figura 5):

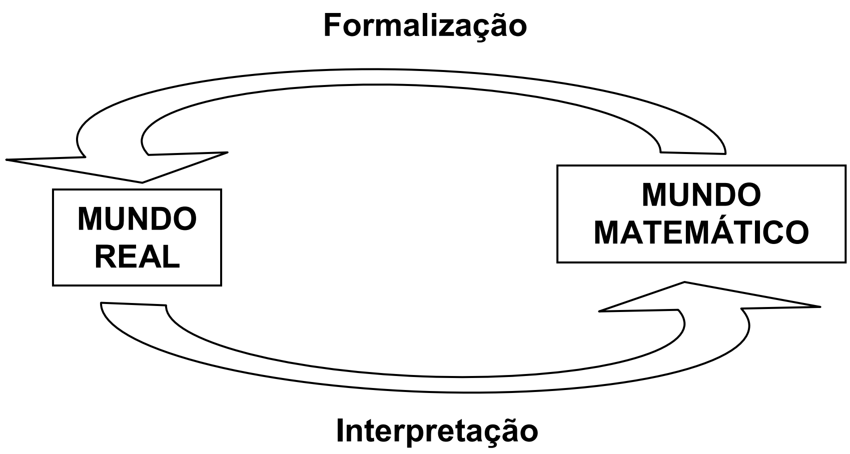

Figura 5 – Esquema Simplificado de Modelagem Matemática de McLone[2]
Fonte: Bassanezi (2006)

Além das habilidades mencionadas, outros fatores validam a adoção da Modelagem Matemática como desenvolvimento do aprendizado matemático do tecnólogo. BIEMBENGUT e HEIN (2007) comentam que através da modelagem podemos incentivar a pesquisa, a aplicação de trabalhos em equipes, a utilização de recursos tecnológicos diversos (calculadoras, programas específicos, etc.) na busca pela formulação e resolução do problema através de termos matemáticos. No entanto, apesar das possibilidades apresentadas e alinhadas às características exigidas na formação tecnológica, sua utilização no ensino apresenta diversas dificuldades.

LEAL (1999) comenta que a maioria dos professores de Matemática possui uma formação acadêmica que pouco valoriza a relação entre a teoria e a prática, dificultando a visualização matemática da realidade. A dificuldade encontrada pelo educador matemático em trabalhar com Modelagem nos cursos tecnológicos pode provir, em alguns casos, do desconhecimento do ambiente profissional, a área tecnológica que está lecionando, sem a preocupação em proporcionar relações entre esta área e sua disciplina.

[2] McLone, R.R. – Can Mathematical Modelling be Taught? In Teaching and Aplying Mathematical Modelling. Ellis Horwood series, Londres, 1984. pp.476-483

Ferruzzi (2003) aponta como principal dificuldade institucional o cumprimento do programa, devido o tempo gasto para implementar o processo de modelagem no ensino, em alguns casos não apresentam compatibilidade com a extensão do programa de Matemática a ser cumprido em cada curso. Neste contexto podemos levantar o questionamento de rever alguns conteúdos, propondo maior intersecção entre a matemática e a realidade, pois uma matemática abstrata não apresenta necessidades relevantes à formação do profissional técnico e tecnológico.

A principal dificuldade na adoção do processo de Modelagem, segundo Bassanezi (2006) está na transposição da barreira criada pelo ensino tradicional, onde o objeto de estudo é bem delineado, obedecendo a uma seqüência de pré-requisitos e vislumbrando um horizonte claro de chegada (programa da disciplina). Outro problema que encontramos no desenvolvimento deste assunto é que professores ensinam conforme aprenderam e não questionam a necessidade do aprendizado de determinado conteúdo dentro do ambiente que atua como educador.

Segundo D'Ambrósio (2003) ensinar teorias e práticas do passado que foram desenvolvidas para resolverem os problemas da época, pouco ou em nada ajuda na educação à resolução dos problemas atuais, sem uma contextualização e atualização adequada do assunto. O poema abaixo retrata esta situação (D'AMBRÓSIO, 2003, p. 30):

"Havia um homem

que aprendeu a matar dragões e deu tudo que possuía

para se aperfeiçoar na arte.

Depois de três anos

ele se achava perfeitamente preparado mas,

que frustração, não encontrou

oportunidades de praticar sua habilidade."

(Dschuang Dsi)

"Como resultado ele resolveu

ensinar como matar dragões."

(René Thom)

Poema de Dschuang Dsi, completado por René Thom - Fonte: D'Ambrósio (2003)

Estes paradigmas construídos através do relacionamento entre educador e educando, proporcionado por esta estrutura tradicional, define, rigidamente, seus lugares no contexto educacional. O professor é aquele ser soberano, que conhece e sabe tudo, um poço de conhecimento e o aluno um indivíduo que desconhece tudo e está apto a receber todo o conhecimento que somente o professor detém. Freire (2005) rotula esta situação como “educação bancária”, na qual o educador “deposita” seus conhecimentos nos educandos.

Esta estrutura na atualidade, apesar de persistente, deve ser arduamente atacada e os papéis destes personagens revistos constantemente, pois uma educação baseada em valores que abordam conhecimentos aplicáveis nas diversas áreas de atuação técnica e tecnológica e que proporcione o desenvolvimento do educando, e conseqüentemente do educador, enfatizando o aprendizado contínuo e a formação continuada, não encontram desenvolvimento em um ambiente estático apresentado pela “educação bancária”.

A Modelagem Matemática apresenta um leque de possibilidades nas quais educando e educador podem trabalhar, através da pesquisa e do desenvolvimento de determinado assunto pela ótica matemática, o aprendizado dos conceitos da disciplina e o aprendizado contextualizado ao cotidiano do futuro profissional da área tecnológica. No entanto, ambos, professores e alunos, devem entender que este caminho proporcionará erros e acertos, apresentará conhecimento e desconhecimento de assuntos por ambas as partes.

2.4. A Modelagem Matemática, a Inovação Tecnológica e o Desenvolvimento Sustentável

Na revista Info Exame de março de 2009, na matéria “*No clima da Embrapa*”, verificamos a tecnologia usada pela Embrapa Informática para projetar os efeitos do aquecimento global na agricultura. O engenheiro agrícola Eduardo Delgado Assad, à frente de algumas das mais relevantes pesquisas sobre efeitos das mudanças climáticas na produção de alimentos do país, em parceria com especialistas da Unicamp, relata impactos do aquecimento global em plantações nos próximos cem anos. Algumas das pesquisas demonstram prejuízos acima de sete bilhões de reais nas safras de 2020, áreas férteis que se tornarão estéreis e mudanças climáticas capazes de fazer a mandioca sumir do Nordeste e aparecer no Sul.

Assad, ao ser questionado qual é a tecnologia usada para estudar o impacto do aquecimento global na produção agrícola e como se chegam a esses resultados, responde o seguinte:

> *"Usamos a tecnologia de zoneamento agrícola de riscos climáticos. É um sistema desenvolvido pela Embrapa e outras instituições que informa o nível de risco de 5600 municípios para várias culturas... Usamos modelagem matemática e simulações para calcular o impacto do aquecimento e as perdas econômicas nas culturas de café, algodão, arroz, cana-de-açúcar, feijão, girassol, mandioca, milho e soja. Foram anos de ajustes e validações de sistemas e equações. Usamos 25 computadores que funcionaram quatro meses sem parar. Estamos evoluindo para colocar tudo isso em um supercomputador" (revista Info Exame, março de 2009).*

Através deste estudo o Embrapa identifica as projeções e seus impactos econômicos, através de relatórios que demonstra os custos e tempo para fazer modificações genéticas em uma planta, de forma que ela suporte as modificações climáticas. O Embrapa Informática desenvolveu um software de diagnose virtual para que os agricultores identifiquem doenças de sua plantação via web. Os produtores rurais entram com os sintomas que ocorrem na sua lavoura para identificar as medidas de controle através de seus próprios computadores e, segundo especialistas, futuramente este acesso poderá ser feito por celulares e palmtops.

Percebemos que a Modelagem Matemática apresenta importante papel no desenvolvimento desta inovação tecnológica, pois através da pesquisa e da construção de modelos que revelam, matematicamente, as condições de determinado ambiente, especialistas desenvolvem tecnologias e produtos em benefício social e econômico de nosso país. Produzir esta tecnologia é criar independência no direcionamento às nossas necessidades e aos valores que identificamos corretos, como a sustentabilidade.

A revista *Inovação em pauta* apresenta uma matéria com o tema "Santo de casa faz milagre", sobre o processo de produção do setor sucroalcooleiro no interior paulista com o sistema de previsão e otimização utilizando modelagem matemática. A soja, a cana-de açúcar e o biodiesel estão presentes nos debates mais importantes do momento quando o assunto é energia. A soja é a matéria-prima mais usada atualmente na produção do biodiesel nacional que, junto ao etanol, colocou o Brasil entre os maiores produtores de biocombustíveis do mundo.

A FINEP, empresa pública vinculada ao Ministério da Ciência e Tecnologia, criada para institucionalizar o Fundo de Financiamento de Estudos de Projetos e Programas, apoiou o projeto com soluções inovadoras para a otimização da produção desses itens que estão na linha de frente do agronegócio nacional. A São Domingos, em Catanduva (SP), resolveu deixar de ser apenas uma usina de cana-de-açúcar para se tornar uma usina de idéias. Rodrigo Baracat Sanchez, diretor de P&D da usina explica que instrumento escolhido foram os números: *"Descobrimos que não precisávamos criar nada, mas sim otimizar nosso processo... Vimos que criar modelos matemáticos para o nosso setor seria fantástico, pois não existia nada parecido"*.

Em 2008, começou a primeira turma da Universidade do Açúcar, com 15 alunos de três usinas da região. O curso funciona como uma espécie de consultoria e ao final os alunos levam modelos customizados de acordo com seus negócios, prontos para serem aplicados. A Modelagem proporciona os profissionais deste segmento a lidar com as variáveis de seus negócios de forma precisa. Gerentes da Usina Colombo e aluno do curso, Sidinei Colombo explica:

> *"Nosso negócio tem tantas variáveis que às vezes nos vemos em encruzilhadas na hora de escolher o que é melhor. Quanto mais dados levantamos, mais complexa se torna a tomada de decisão. Poder contar com uma ferramenta é uma grande ajuda, principalmente porque a matemática é exata e nos dá orientações bem práticas" (Revista INOVAÇÃO em pauta, p. 39).*

Bassanezi (2006) explica que o objetivo fundamental da utilização da matemática é de fato extrair a parte essencial do problema especificado e formalizá-lo em um contexto abstrato, no qual o pensamento pode ser absorvido em uma extraordinária economia de linguagem. A matemática pode ser vista como um instrumento intelectual com a faculdade de sintetizar idéias concebidas em situações empíricas camufladas em variáveis menos importantes.

Segundo dados do CTC – Centro de Tecnologia Canavieira, na safra 2008/2009 nos meses de maio e junho, a média de produção de açúcar por hectare, foi de 11,13 toneladas na região Centro-Sul, 11,58 em São Paulo e 11,84 na região de Catanduva. No mesmo período, com o uso do método, a Usina São Domingos atingiu a média de produção de 13,64 toneladas de açúcar por hectare.

Percebemos através destes exemplos que a Modelagem Matemática pode ser utilizada como uma grande ferramenta no desenvolvimento tecnológico à inovação tecnológica e o desenvolvimento sustentável. Os cursos técnicos e tecnológicos podem contribuir na ampliação deste desenvolvimento proporcionando aos alunos o aprendizado de como lidar com a matemática associada aos diversos ambientes relacionados aos cursos em questão.

As empresas, como elemento primordial da inovação, devem ser foros privilegiados da criatividade e de novas idéias, agregando as competências individuais de seus colaboradores, propondo meios para esse processo. O incentivo à Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) torna-se uma prioridade tanto na esfera pública, quanto empresarial, bem como a integração e parceria das diversas organizações de pesquisa, de ensino e nas empresas (FERRANTI *et. al.*,apud MENINO, 2007, p.6)

A aproximação do setor industrial ao meio acadêmico pode apresentar-se pelo caminho às soluções dos problemas existentes neste setor, utilizando os centros tecnológicos não simplesmente como uma entidade produtora de mão-de-obra qualificada, adestrada no exercício cotidiano das tarefas, mas um ambiente no qual os educandos possam, através da pesquisa, da elaboração de modelos, identificar soluções inovadoras aos problemas apresentados. Esta parceria é benéfica para ambos os lados, devido a industria encontrar soluções e desenvolvimento de seus recursos e para os educandos, que adquirem conhecimentos por meio da própria experiência e interação com o meio, ainda que este não esteja organizado para fins didáticos. (BROSSEAU, 2008).

No capítulo seguinte apresentaremos alguns modos de conceber a educação através das teorias de Paulo Freire, Ubiratan D'Ambrósio e Guy Brosseau e como a Modelagem Matemática se insere na concepção destas teorias inseridas no cenário educacional técnico tecnológico.

- CAPÍTULO 3 -

Justificativa do uso da Modelagem como Ferramenta de Ensino e Aprendizagem pela Ótica dos Pensadores em Educação

Segundo D'Ambrósio (1999), a Modelagem, além de contribuir para a ciência exatas, físicas e naturais e a tecnologia, também abriu novos horizontes para o estudos das ciências da cognição. Hoje as ciências da cognição, que consideram o ser humano um processador de informação de um tipo muito especial, devem ser a versão moderna do que eram as chamadas teorias da aprendizagem. Essas ciências da cognição incluem elementos de psicologia, lingüística, filosofia entre outros.

Podemos perceber no exercício da Modelagem Matemática diversos aspectos relacionados ao desenvolvimento educacional abordados em teorias apresentadas por pensadores conceituados no ambiente educacional, como os educadores brasileiros Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrósio e de nomes conceituados na didática da matemática como Guy Brousseau. Procuramos neste trabalho estabelecer alguns paralelos entre os aspectos proporcionados através modelagem matemática e as teorias apresentadas por estes pensadores.

3.1. Paulo Freire, Leitura do Mundo e a Modelagem Matemática

No capítulo anterior comentamos sobre a definição de “ensino bancário” e sua incompatibilidade com as necessidades atuais. Verificamos na obra do educador Paulo Freire diversas similaridades com as propostas de ensino apresentada pela modelagem. “ A Modelagem Matemática está no alicerce do “ler o mundo” e na “construção dialógica, coletiva e crítica” do conhecimento que se refere a Teoria de Educação de Paulo Freire.” (BARBOSA; CALDEIRA; ARAÚJO, 2007). Assim, temos a Modelagem Matemática como uma perspectiva interessante à busca de novas práticas docentes, contextualizadas às necessidades emergentes.

Ana Maria Araújo Freire, no prefácio do livro Pedagogia da Autonomia – Saberes necessários à prática educativa aponta o objetivo principal nesta obra de Paulo Freire: demonstrar a possibilidade dos educadores estabelecerem novas relações e condições de educabilidade deles/as entre si, dentro de cada um deles/as mesmos e com seus educandos/as. Devido a amplitude desta obra de Freire é possível traçar um paralelo entre seu conteúdo e a formação do conhecimento matemático através da Modelagem Matemática.

Em 1996, Paulo Freire em companhia do prof. Ubiratan D'Ambrósio no 8th International Congress on Mathematical Education em Sevilha, comentou sobre a execução deste livro:

> *Eu estou realmente escrevendo um livro agora, ... O título provisório do livro vai ser formação docente e saberes necessários fundamentais à prática educativa crítica. A minha preocupação ao estar escrevendo esse livro é mostrar, às vezes até mais do que saberes, mostrar certas sabedorias indispensáveis a um professor, ou à formação do educador. Por exemplo, talvez o primeiro saber que deve virar uma sabedoria e que exatamente a gente incorpora é o seguinte: a prática educativa se funda não apenas na inconclusão ontológica do ser humano, mas na consciência da inconclusão. (FREIRE & D'AMBRÓSIO, 1996).*

A importância no entendimento da inconclusão do ser humano retoma a discussão sobre o receio de utilizar a Modelagem como desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, pois ciente desta inconclusão o professor percebe neste momento um espaço para também ele desenvolver novas descobertas. Freire (2005, p.23) comenta que "quem forma se forma e re-forma ao formar e quem é formado forma-se e forma ao ser formado. ...Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender."

Diversos educadores apresentam resistência na utilização da Modelagem Matemática em sala de aula devido sua implantação requerer a quebra de uma estrutura ambientalizada e dominada pelo professor, pois com a Modelagem os educandos também fazem parte da construção do processo educativo através do desenvolvimento do estudo, da elaboração de pesquisas e na criatividade e habilidade de formular e resolver problemas.

Biembengut e Hein (2007), explicam que a condição necessária para o professor implementar a Modelagem no ensino é ter audácia, desejo de modificar sua prática e disposição para conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas. Desta forma percebemos que a postura do educador neste contexto não é somente a de "depositar" os conhecimentos, mas proporcionar um ambiente para que este conhecimento seja construído por ambas as partes.

Outro saber relacionado por Freire (2005, p.47) é o de que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção. A Modelagem proporciona esta possibilidade à construção do conhecimento, levando em conta que os educandos participam deste processo construtivo.

Paulo Freire ficou mundialmente conhecido devido seu método de alfabetização para adultos, criticando o sistema tradicional que utilizava a cartilha como ferramenta central da didática para o ensino da leitura e da escrita. A cartilha apresentava um método de ensino semelhante, em alguns casos, o aprendizado dos conceitos matemáticos pelos padrões tradicionais. Na cartilha o ensino ocorria através do método da repetição de palavras soltas ou de frases criadas de forma descontextualizadas com a realidade: *Eva viu a uva (quem é Eva? E daí que ela viu a uva?).* Certas semelhanças são apresentadas em alguns desenvolvimentos dos conceitos matemáticos: *Calcule o valor de x na equação* $x^2 - 4 = 0$ *(quem ou o que é x? Qual o objetivo de encontrar seu valor numérico?).*

Neste processo, definido por Freire como pedagogia bancária, os educados são tratados como “vasilhas vazias”, que diariamente são preenchidas “pelos depósitos dos educadores”. Neste relacionamento vertical cabe aos educandos a passividade e como objetos passivos são “enchidos”, sem questionamento dos motivos e necessidades de determinado aprendizado, pelos depósitos feito pelo educador. Esta concepção de educação implica uma particular compreensão acerca do saber/conhecimento, que é visto como objeto que pode ser transmitido através de “uma doação dos que julgam sábios aos que se julgam nada saber”, ao invés da construção conjunta, contínua e contextualizada. (FREIRE apud SANTOS, 2007, p.195).

O Método de alfabetização proposto por Freire era composto de etapas nas quais o conhecimento era construído por todos. Na etapa da investigação os alunos selecionavam palavras que faziam parte do seu universo (palavras geradoras). Uma vez identificadas, as palavras geradoras passavam a serem estudadas através da divisão silábica (sibalização) e o passo seguinte era a formação de palavras novas, usando as famílias silábicas agora conhecidas. O ponto conclusivo e fundamental do método é a discussão sobre os diversos temas surgidos a partir das palavras geradoras. Para Freire o ato de alfabetizar não pode se restringir aos processos de codificação e decodificação. Deve ser o momento para o desenvolvimento do aprendizado à leitura do mundo que o educando está inserido.

Segundo Ferreira e Degasperi (2008, p.10) a Modelagem Matemática apresenta estreita similaridade com o método Paulo Freire em diversos aspectos:

- ✓ O aprendizado não pode se restringir aos processos de codificação e decodificação de palavras ou números abstratos;
- ✓ O desenvolvimento do aprendizado é construído em conjunto e de forma contextualizada com a realidade de ambos;
- ✓ O professor não assume uma postura estática, impondo um ensino "bancário" baseado na memorização mecânica dos conteúdos. Seu objetivo é desafiar e inspirar os educandos (e educadores) a aventurar-se na construção do conhecimento;
- ✓ Desenvolve a reflexão crítica sobre a prática;
- ✓ Apresenta a disciplina como uma ferramenta no auxílio à leitura do mundo.

Tanto o Método Paulo Freire quanto a Modelagem Matemática estão além de uma simples ferramentas para o aprendizado de determinados conteúdos. Ambas apresentam, devido a estrutura proposta, uma amplitude mais abrangente no desenvolvimento educacional. Freire comenta como identifica a "alfabetização da matemática":

> *Eu acho que indiscutivelmente essa possível alfabetização da matemática, uma mate-alfabetização, math-literacy, eu não tenho dúvida nenhuma que isso ajudaria a própria criação da cidadania. .... Eu acho que no momento em que você traduz a naturalidade da matemática como uma condição de estar no mundo, você trabalha contra um certo elitismo com que os estudos matemáticos, mesmo contra a vontade de alguns matemáticos, tem. Quer dizer, você democratiza a possibilidade da naturalidade da matemática, e isso é cidadania. E quando você viabiliza a convivência com a matemática, não há dúvida que você ajuda a solução de inúmeras questões que ficam aí às vezes entulhadas, precisamente por falta de um mínimo de competência sobre a matéria. (FREIRE & D'AMBRÓSIO, 1996).*

A matemática nos cursos de tecnologia não pode ser apresentada simplesmente pelo desenvolvimento mecanicista dos conteúdos, alicerçado pelo pragmatismo que os mesmos aprendidos operam por si mesmo. O educador matemático deve entender a impossibilidade de estudar apenas por estudar, sem a preocupação de proporcionar, através de sua ciência, seus conteúdos, a intervenção com a realidade. “Há perguntas a serem feitas insistentemente por todos nós e que nos fazem ver a impossibilidade de *estudar* por *estudar*. ... Em favor de que estudo? Em favor de quem? Contra que estudo? Contra quem estudo?” (FREIRE, 2005).

> *“... uma das grandes preocupações deveria ser essa: a de propor aos jovens, estudantes, alunos homens do campo, que antes e ao mesmo em que descobrem que 4 por 4 são 16, descobrem também que há uma forma matemática de estar no mundo. Eu dizia outro dia aos alunos que quando a gente desperta, já caminhando para o banheiro, a gente já começa a fazer cálculos matemáticos..... Quer dizer, ao despertar os primeiros movimentos, lá dentro do quarto, são movimentos matematizados. Para mim essa deveria ser uma das preocupações, a de mostrar a naturalidade do exercício matemático. .... Eu acho que nesse congresso, uma das coisas que eu faria era, não um apelo, mas eu diria aos congressistas, professores de matemática de várias partes do mundo, que ao mesmo tempo em que ensinam que 4 vezes 4 são 16 ou raiz quadrada e isso e aquilo outro, despertem os alunos para que se assumam como matemáticos.” (FREIRE & D'AMBRÓSIO, 1996).*

No cenário tecnológico mundial não podemos assumir a simples postura de sujeitos que aceitam o rótulo de terceiro mundo, de país subdesenvolvido. Devemos fazer parte desta constante evolução tecnológica e para isto devemos formar profissionais que assumam seu papel de tecnólogo, de pesquisador, de cientista. “É por isso também que não me parece possível nem aceitável a posição ingênua ou, pior, astutamente neutra de quem estuda, seja o físico, o biólogo, o sociólogo, o matemático ou o pensador da educação” (FREIRE, 2005). Desta forma, Ferreira e Degasperi (2008, p.11) ilustram o relacionamento entre a Modelagem Matemática no ambiente educacional técnico/tecnológico e os conceitos educacionais de Paulo Freire (figura 6):

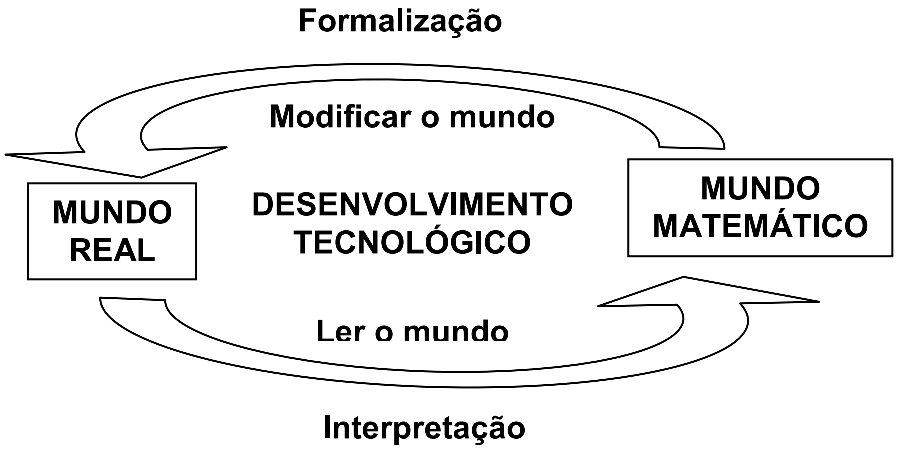

Figura 6 – Esquema Simplificado de Modelagem Matemática sob uma perspectiva Freireana
Fonte: FERREIRA e DEGASPERI (2008)

O mundo não é. O mundo está sendo (FREIRE, 2005). A pedagogia de Freire propõe um estudo atual, contextualizado que através da gramática, da história, da geografia, da física, da matemática, interprete, leia o ambiente que o cerca e conseqüentemente modifique as estruturas atuais, promovendo o desenvolvimento, cultural, social, econômico ou tecnológico. No cenário técnico/tecnológico a matemática pode contribuir no desenvolvimento científico e tecnológico, propondo novos modelos, novas técnicas, no entanto é necessário os educandos entender as possibilidades propostas pela disciplina.

3.2. Ubiratan D'Ambrósio, Etnomatemática e a Modelagem Matemática

Ubiratan D'Ambrósio nasceu em São Paulo no dia 8 de dezembro de 1932. Possui graduação em Matemática pela Universidade de São Paulo (1955) e doutorado em Matemática pela Universidade de São Paulo (1963). É Professor Emérito da Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP. Atualmente é professor credenciado nos Programas de Pós-Graduação em História da Ciência da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, do Programa de Pós-Graduação em Educação da USP e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho/UNESP-Rio Claro.

Atuando em diversos temas como História e Filosofia da Matemática, História e Filosofia das Ciências, Etnomatemática, Etnociência e Educação Matemática, pode ser considerado um dos mais influentes teóricos, não somente no campo da Educação Matemática, mas na Educação nos seus aspectos mais amplos, pois suas contribuições transcendem o qualitativo m*atemática* e estendem-se a conceitos que abordam a filosofia e a história da educação (DOMITE apud SANTOS, 2007, p.258).

A Modelagem Matemática é percebida por D'Ambrósio (1996) como um caminho de interação dos conteúdos abordados em sala de aula com questões diretamente ligadas a realidade, culminando com a solução efetiva de um problema real, pois afirma que um dos fatores que mais contribuíram para o mau rendimento escolar foi a remoção do caráter experimental da matemática. D'Ambrósio inicia a conclusão dos pensamentos apresentados em seu livro *Educação Matemática – da teoria à prática*, da seguinte forma:

> *A educação formal é baseada ou na mera transmissão (ensino teórico e aulas expositivas) de explicações e teorias, ou o adestramento (ensino prático com exercícios repetitivos) em técnicas e habilidades. Ambas as alternativas são totalmente equivocadas em vista dos avanços mais recentes do nosso entendimento dos processos cognitivos. Não se pode avaliar as habilidades cognitivas fora do contexto cultural. Mas se sabe que capacidade cognitiva é uma característica de cada indivíduo. Há estilos cognitivos que devem ser reconhecidos entre as culturas distintas, no contexto intercultural, e também na mesma cultura, num contexto intracultural. D'Ambrósio (2003, p.119)*

Entender que os estilos cognitivos devem ser reconhecidos entre as diversas culturas distintas, como uma maneira pela qual culturas específicas desenvolvem técnicas e idéias, aprendendo a trabalhar com os diversos ambientes sociais que estão inseridos, são os princípios fundamentais da denominada *Etnomatemática*.

O Movimento de Etnomatemática surgiu no Brasil em 1975 a partir dos trabalhos de D`Ambrosio. Na 5ª Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM, realizada na cidade de Campinas em 1976, já pudemos conhecer os primeiros passos deste novo entendimento sobre matemática, de embasamento etnoantropológico. Desde o início, Rodney Bassanezi, um dos principais nomes da Modelagem Matemática, afinados com o projeto, também contribui com as pesquisas no campo etnomatemático.

D'Ambrosio (1996) define Etnomatemática como a maneira na qual culturas específicas (*etno)* desenvolvem as técnicas e as idéias (*tica)* aprendendo a trabalhar com medidas, comparações e cálculos, modelando os ambientes sociais, econômicos e tecnológicos nas quais estão inseridas, compreendendo e explicando os fenômenos ocorridos (*matema).* Esquematicamente, apresentamos da seguinte forma a definição de Etnomatemática (figura 7):

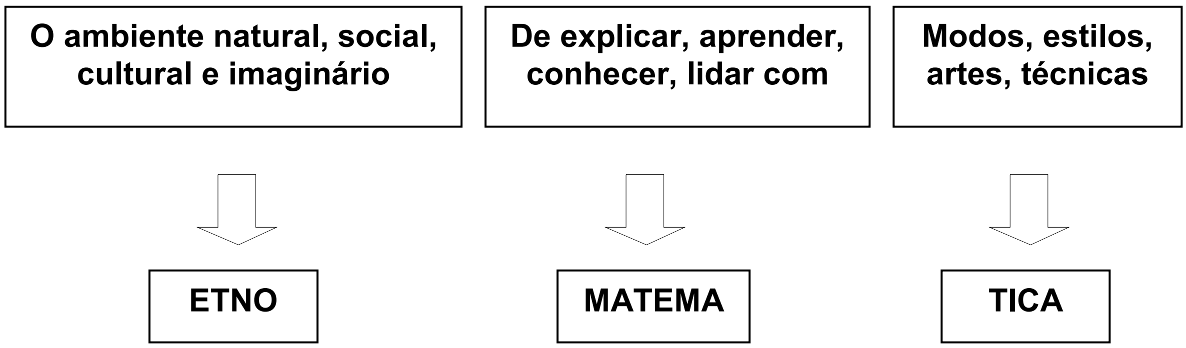

Figura 7 - Esquema da definição de Etnomatemática. Fonte: D'Ambrosio (1996).

Podemos entender a área tecnológica como uma cultura específica, um grupo com mesmas características e objetivos comuns, que necessitam explicar, aprender, lidar com seu ambiente natural e sua responsabilidade social (desenvolvimento tecnológico), utilizando técnicas, modos, processos em busca do entendimento e desenvolvimento do ambiente que está inserido.

O ponto de partida da Etnomatemática é observarmos o mundo no qual estamos inseridos, possibilitando que estas observações permitam criar uma representação da realidade, na qual criamos modelos (matemáticos) sobre assuntos que estamos lidando e o que nos interessa abordar, entender e explicar e que serão as bases para o desenvolvimento de uma matemática aplicada à necessidade deste grupo. Desta forma, se conceitos matemáticos são constantemente utilizados por um determinado grupo cultural, como um sistema baseado em práticas cotidianas, propondo soluções para situações e problema reais, este sistema de resolução pode ser descrito como modelagem. (OREY e ROSA, 2003).

Diversas literaturas comentam sobre o relacionamento entre a Etnomatemática e a Modelagem. Scandiuzzi (2002) comenta que os dois caminhos educacionais são como água e óleo se olharmos pelos aspectos metodológicos e grupos sociais diferenciados a que pertencem, apesar de identificar nos educadores que fazem Modelagem Matemática, devido a forma que compreendem a realidade envolvente, diferente das outras tendências, um grupo etnomatemático. D'Ambrosio (2000) não distingue uma situação conflitante entre a Etnomatemática e a Modelagem, pois compara estas duas tendências pedagógicas com o queijo e o vinho, demonstrando um difícil entendimento da Etnomatemática desvinculada da Modelagem Matemática.

D'ambrósio (apud LEAL, 1999) comenta que para se chegar ao modelo é necessário que o indivíduo faça uma análise global da realidade na qual tem sua ação, onde define estratégias para criar o mesmo, sendo esse processo caracterizado de Modelagem. Em seu livro *Da realidade à ação*, define Modelagem Matemática através do seguinte esquema (figura 8):

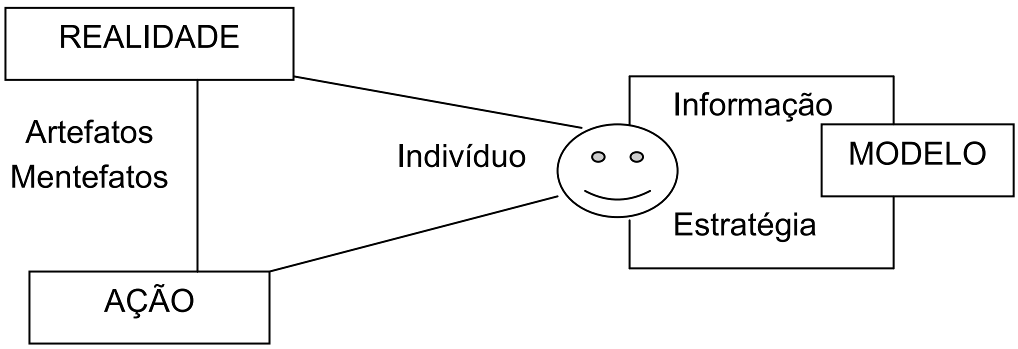

Figura 8 - Esquema de Modelagem Matemática proposto por D'Ambrósio apud LEAL (1999).

Os educadores matemáticos podem, antes de apresentar sua disciplina, sua especialidade, observar o mundo no qual ele e seus alunos estão inseridos e a partir deste ponto identificar como sua disciplina contribui na educação destes futuros profissionais, através da leitura dos modelos matemáticos.

Podemos identificar o estudo da matemática utilizada pelos profissionais da área tecnológica, não somente abordada em aulas de cálculo, geometria, estatística e outras disciplinas da área de matemática, mas em diversas disciplinas técnicas os conceitos matemáticos encontram campo de desenvolvimento. A Etnomatemática e a Modelagem contribuem neste relacionamento, neste envolvimento entre as disciplinas, no diálogo entre as matérias que alicerçam a formação tecnológica do educando e que devem ser estudadas de forma contextualizada.

A Modelagem pode ser aplicada em diversos campos de conhecimento da matemática como nos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral mencionada na literatura de Franchi (1993) e Ferruzzi (2003) ou nos conteúdos programáticos de Estatística em Jacobini (1999). Aplicar estes conceitos em salas de aulas, nas disciplinas consideradas "técnicas", proporciona ao aluno a integração da matemática na sua formação profissional tecnológica, pois identifica na matemática uma forma de interagir com seu ambiente.

Uma forma de interagir com a realidade profissional dos educandos é diminuir a distância entre o meio acadêmico e o profissional e um dos caminhos é proporcionar a parceria entre ambos. As dificuldades de desenvolvimento tecnológico apresentadas pelas empresas podem ser discutidas dentro do meio acadêmico e os centros tecnológicos podem ser considerados o espaço no qual estes assuntos devem ser discutidos e desenvolvidos. Neste processo a Modelagem e a Etnomatemática podem ser apresentados como um importante caminho educacional dos conceitos tecnológico.

A Etnomatemática e a Modelagem contribuem no relacionamento, no envolvimento entre as disciplinas técnicas e a matemática, no diálogo entre as matérias que alicerçam a formação tecnológica do educando e que necessitam serem estudadas de forma contextualizada. Segundo Klubber (2007) a contextualização e a "cotidianidade" também aproximam a Modelagem e a Etnomatemática, pois são aspectos que atribuem significado aos saberes e fazeres dos indivíduos em uma determinada comunidade.

Orey e Rosa (2003) comentam que, historicamente, os primeiros passos à elaboração dos conceitos matemáticos são abstraídos de modelos que têm origem na realidade de grupos culturais. A Etnomatemática manipula estes modelos como estratégias de ensino para a educação matemática que utiliza outras codificações concomitantemente com a linguagem formal da matemática acadêmica.

3.3. Guy Brousseau, a Teoria das Situações Didáticas o Contrato Didático e a Modelagem Matemática

Guy Brousseau nasceu em Taza, no Marrocos, no dia 4 de fevereiro de 1933, filho de um soldado francês. Começou a dar aulas em 1953, no Ensino Fundamental numa aldeia da região de Lot et Garonne e no final dos anos 1960, depois de se formar em Matemática, passou a lecionar na Universidade de Bordeaux, onde atualmente é diretor e professor emérito do Laboratório de Didática das Ciências e das Tecnologias. Brousseau recebeu o título de doutor *honoris causa* das universidades de Montreal (Canadá) e em 2003 foi o primeiro ganhador do prêmio Felix Klein do Comitê Internacional do Ensino da Matemática.

Guy Brousseau é um dos pioneiros da Didática da Matemática[3], desenvolvendo estudos para compreender as relações no ensino-aprendizagem e como elas se operam na sala de aula entre educadores, educandos e o meio que estão inseridos. A Teoria das Situações Didáticas e o Contrato Didático, estudos desenvolvidos por Brousseau, apresentam implicações pedagógicas que contribuem no desenvolvimento da Modelagem em sala de aula.

Segundo Chaves (2005) as dificuldades apresentadas no uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino aprendizagem são, em partes, provindas da maneira como professor, aluno e conhecimento costumam relacionar-se em contextos educacionais. As implicações pedagógicas de Brousseau, através da Teoria das Situações Didáticas e do Contrato Didático, estão na forma de como os educadores “negociam” com os alunos este relacionamento entre as partes. Neste contexto, a Modelagem Matemática pode ser apresentada como um caminho mediador entre a relação professor/aluno/saber.

A Teoria das Situações Didáticas é definida por Brousseau (1986) como um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e\ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de

[3] Segundo D’Amore (2007) a Didática da Matemática é a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito que pode ser qualquer organismo envolvido nessa atividade: uma pessoa, uma instituição, um sistema, até mesmo um animal. Aqui é preciso entender que a aprendizagem como um conjunto de modificações de comportamentos (portanto de realizações de tarefas solicitadas)

possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição (Brousseau, 1986 apud MAIOLI, 2002, p.22).

Para Brousseau, o contrato didático consiste em um

> *[...] conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos dos alunos que são esperados pelo professor. [...] Esse contrato é o conjunto de regras que determinam, uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo, implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá que prestar conta perante o outro (BROUSSEAU, 1980 apud ARRUDA, SOARES e MORETTI, 2004, p22).*

Guy Brousseau apresentou o conceito de contrato didático a partir dos anos 70 para estudar as possíveis causas dos fracassos no ensino de matemática, baseado no estudo sobre alunos que apresentavam dificuldades em matemática e não demonstravam o gosto em aprendê-la. A partir da década de 80, pesquisadores da Didática da Matemática Francesa discutiram o conceito de contrato didático no campo de ensino e aprendizagem da Matemática. Uma contribuição relevante desses estudos foi a compreensão da estrutura didática a partir da percepção das relações do chamado "triângulo didático", ou sejam, o professor, o aluno e saber (figura 9).

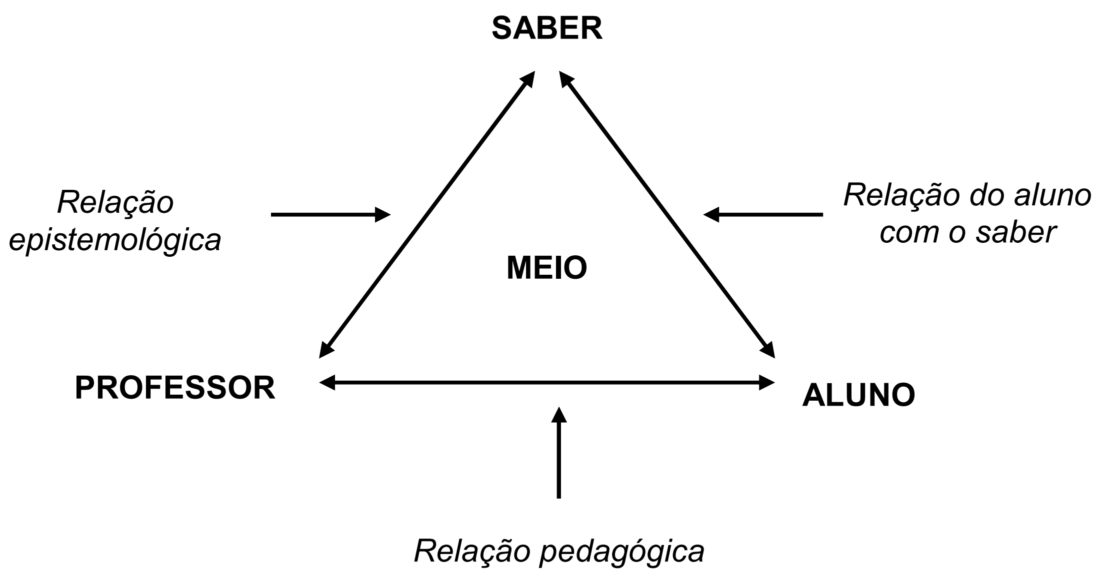

Figura 9 – Triângulo Didático proposto por Brousseau (1996)

O Contrato Didático proporciona entender como os educadores promovem com os alunos este relacionamento no desenvolvimento do aprendizado. O Contrato nos leva a identificar algumas questões sobre a docência, o aprendizado e principalmente sobre o sujeito inserido no processo de aprendizagem. Quando adotamos a Modelagem no desenvolvimento das atividades em sala de aula devemos propor algumas atribuições aos personagens envolvidos, no entanto, o contrato não se estabelece no relacionamento direto entre estas partes, mas no relacionamento ocorrido nas diversas situações didáticas estabelecidas.

A Teoria das Situações Didáticas apresenta uma luz para muitas questões relativas ao contrato, pois ele não nasce na relação entre professor e aluno, mas sim na relação didática, na situação pela qual professor e aluno interagem com o meio (PINTO, 2003). Para um entendimento mais amplo do contrato didático devemos mencionar algumas definições referentes a estrutura proporcionada pelas situações didáticas.

As origens das situações didáticas são percebidas por Brousseau a partir de estudos sobre a psicologia cognitiva, que objetivava a criação de dispositivos experimentais destinados a evidenciar a originalidade do pensamento matemático nas diversas etapas do desenvolvimento. Brousseau percebeu que nesse contexto os estudos não direcionavam para a preocupação em analisar os dispositivos em si mesmo nem evidenciar relações entre eles e a noção matemática envolvida. (BROUSSEAU, 2008)

> *[...] Comecei a me perguntar: que condições podem ser propiciadas para que um sujeito qualquer tenha a necessidade de um conhecimento matemático determinado para tomar certas decisões? E como explicar de antemão a razão pela qual faria? O ensino tradicional já tinha uma resposta: ensinar e praticar.*
>
> *Dessa perspectiva, os comportamentos dos alunos revelam o funcionamento do meio, considerado como um sistema. Portanto, é o meio que deve ser modelado. Assim um problema ou exercício não pode ser considerado mera formulação de um conhecimento, mais um dispositivo, um meio que responde ao sujeito, segundo algumas regras. (BROUSSEAU , 2008, p18 e 19).*

Brousseau define *situação* como o modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina certo conhecimento, como o recurso de que o sujeito dispõe para alcançar ou conservar, nesse meio, um estado favorável. (BROUSSEAU, 2008, p.19). A aprendizagem é alcançada pela adaptação do sujeito, que assimila o meio criado por esta situação e os conhecimentos se manifestam como ferramentas de controle desta situação.

A Teoria das Situações Didáticas analisa o processo de aprendizagem, a partir do relacionamento educador/educando/saber, fragmentando as situações e classificando-as através das seguintes epatas:

- ✓ *Situação de ação* – Estruturada pelo educador, ela proporciona uma situação que gera interação entre educando e o meio físico, propondo o aspecto experimental do aprendizado. O aluno toma as decisões à resolução do problema proposto. Brousseau (apud MAIOLI, 2002, p.25) afirma que a seqüência das situações de ação constitui o processo pelo qual o aluno produz estratégias, ou seja, um método à solução do problema especificado, cuja solução exige o conhecimento visado no qual o educando possa agir sobre ela, permitindo que o aluno julgue o resultado.
- ✓ *Situação de formulação* – O foco desta situação é o processo de comunicação construído entre os educandos, pertinentes ao momento e compreendidas por todos. Nesta situação aparece uma linguagem peculiar do grupo, através de códigos, símbolos e estruturas elaboradas pelo próprio grupo à comunicação.
- ✓ *Situação de validação* – Fase da validade das informações que são construídas, elaborando provas para demonstrá-las. Nesta situação os educandos garantem que a solução proposta é adequada e, conseqüentemente, aceita ou inadequada e reprovada. O aluno deve justificar a pertinência de seu modelo.
- ✓ *Situação de institucioalização* – O conhecimento elaborado pelos educandos, durante as situações anteriores, assume um significado social, incorporado ao ambiente que os educandos estão inseridos. "... conferir um *status* ao evento da classe visto como resultados dos alunos e do processo de ensino; determinar um objeto de ensino e identificá-lo; aproximar as produções dos conhecimentos de outras criações (culturais ou do programa) e indicar quais poderiam ser reutilizadas." (BROUSSEAU, 2008, p.31).

Podemos identificar congruência entre as diversas situações propostas pela teoria das situações didáticas e as etapas no desenvolvimento da Modelagem Matemática. A construção de modelos proporciona um ambiente adequado às propostas educacionais de Brousseau, que identifica na ação do educando, a formulação de seus pensamentos, a validação de suas idéias e a importância contextual deste aprendizado no seu meio, ambiente adequado à construção do conhecimento, do saber matemático.

Como mencionamos, a situação didática é o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (ambiente) e um sistema educativo (o professor) no qual os alunos adquirem um saber constituído ou em vias de constituição. Neste contexto, podemos conjeturar que o contrato didático pode ser considerado o regulador das intenções do aluno e do professor diante esta *situação didática*. No entanto, Brousseau afirma que o aluno só terá verdadeiramente adquirido determinado saber quando for capaz de aplicá-lo por si próprio às situações com que depara fora do contexto do ensino, ausente de qualquer indicação intencional. Esta situação é denominada *situação a-didática*.

Toda relação didática contém o projeto de sua própria extinção: em um determinado momento, ela não pode mais ter função. Enquanto ela persiste, a aprendizagem não ocorreu ou ainda não terminou. O objetivo das *situações didáticas* e *a-didáticas* é desaparecer, para permitir que o aluno utilize suas aquisições em novos contextos, isto é, em *situações não-didáticas* (JONNAERT; BORGHT, apud PINTO, 2003, p. 11). Para Brouseau, os três tipos de situações mencionadas integram o núcleo da Teoria das Situações Didáticas, no qual as duas primeiras são pertinentes a uma escala temporal curta e a terceira, as situações não-didáticas, são aquelas que não foram planejadas visando a uma aprendizagem e estão situadas numa escala temporal longa, quando o aluno é desafiado a utilizar e transferir conhecimentos para solucionar problemas complexos colocados pela vida cotidiana. (PINTO, 2003, p. 12).

No relacionamento entre a Teoria das Situações Didáticas e a Modelagem Matemática, conjeturamos que o processo de aprendizado na obtenção do modelo matemático passa pelas situações mencionadas, devido o fato que a pesquisa relacionada na busca pela coleta de dado que proporcionarão o modelo é elaborada através de *situações a-didáticas* e todo este processo absorvido durante esta situação permitirá o aluno utilizar suas aquisições em novos contextos, isto é, em *situações não-didáticas.*

No aprendizado dos conceitos matemáticos, ao inserir estes conceitos no ambiente tecnológico o aluno desenvolve, estimula seu aprendizado dentro de uma situação a-didática. Estes conhecimentos adquiridos na manipulação da elaboração de um modelo que explique determinado assunto no meio tecnológico, através da ótica matemática, permitirão ao aluno desenvolvê-los em outros meios, outras ocasiões, em outras pesquisas nas quais podemos definir como situações não-didáticas.

A principal característica no conceito de contrato didático é sua capacidade de gerar rupturas incessantes no processo de construção de conhecimento. Uma das características marcantes na presença do contrato didático (ARRUDA, SOARES, MORETTI, 2004) é quando um dos sujeitos transgride algumas de suas regras, em função do encaminhamento da prática pedagógica. Nesse momento, ocorre a ruptura no contrato que eventualmente, precisa ser (re)negociado para ocorrer o avanço da aprendizagem. Segundo Brousseau a aprendizagem repousa não sobre o bom funcionamento do contrato, mas sobre as suas rupturas (apud ARRUDA, SOARES, MORETTI, 2004, p.24).

O contrato didático é, portanto, constituído de uma infinidade de relações didáticas com o saber. No entanto, as regras deste contrato nem sempre são claras, proporcionando incertezas e constantes desafios a seus envolvidos. Ao dinamizar suas ações constituídas na relação didática, o contrato didático vai cumprindo sua função principal e à medida que as relações com o saber mudam o contrato deve ser revisto. Pinto (2003) comenta:

> *"O motor do contrato didático é, portanto, a relação didática mantida com o saber. É essa relação que garante a existência do contrato didático e constrói sua identidade. A relação didática é constituída de uma infinidade de relações com o saber e com os conhecimentos. Porém, as regras desse jogo nem sempre são claras para os envolvidos: o professor, ao lidar com as incertezas e os desafios de uma sala de aula, e o aluno por não refletir sobre seus métodos de aprendizagem, deixam escapar o percurso da progressão de suas aprendizagens, ambos acabam por não refletir sobre a qualidade das relações que mantêm com os saberes. Ao dinamizar todas as*

> *ações constituintes da relação didática, o contrato didático vai cumprindo sua principal função e à medida que as relações com o saber mudam, ele tende a desaparecer, torna-se inútil." (PINTO, 2003, p. 9)*

A Modelagem Matemática assume uma dinâmica que, em alguns casos, o contrato didático proposto a sua elaboração necessita ser (re)negociado para ocorrer o avanço em busca do modelo desejado. A construção do modelo de um determinado meio tecnológico implica assumir caminhos que devido as dificuldades apresentadas necessitem de um redimensionamento pela busca do objetivo inicial. A função de um contrato é gerir essas relações, não as engessando, mas fazendo-as progredir, colocando-as em tensão, por meio de uma série de rupturas. Essa mobilidade do contrato é que irá permitir, aos atores envolvidos, efetivar seus papéis de aprendizes e produtores de conhecimento. (PINTO, 2003, p.9)

Toda situação de ensino apresenta um acordo entre as partes atuantes, isto é, um contrato didático implícito que vai se constituindo conforme são efetivadas as responsabilidades recíprocas de educadores e educandos na gestão dos saberes. Chevallard (apud FRANCHI, 1999, p.3) comenta que as publicações francesas de Didática da Matemática chamam de contrato didático essa situação particular de relações na "interação didática" as partes (professor e alunos a respeito do saber), pois neste relacionamento opera-se um código de conduta em um determinado âmbito que toma assim um valor normativo.

Segundo Pais (apud Chaves, 2005, p. 5), Brousseau demonstra três exemplos de contrato didáticos, relacionando os diversos comportamentos apresentados no relacionamento entre professor / aluno / saber matemático, denominando-as de **CD1**, **CD2** e **CD3**, conforme apresentado no quadro 1:

Quadro 1 **–** Categorias de Contrato Didático

Contrato Didático	**Ênfase no Contrato**	**Comportamento esperado do Professor**	**Comportamento esperado do Aluno**
CD1	No Conteúdo	Detém o monopólio do conhecimento. Considera que o aluno não sabe nada do que vai ser ensinado, desconsiderando seus conhecimentos prévios. Escolhe os conteúdos de ensino.	Não opina na escolha dos conteúdos ou da organização da aula.

CD1	No conteúdo	Resolve a grande maioria dos problemas que propõe. Utiliza um método de apresentação e organização do conteúdo em que segue uma seqüência linear de definições, teoremas, demonstrações, exemplos e exercícios. Deposita na clareza da explicação o crédito da aprendizagem. Elabora provas com o objetivo de verificar o que foi aprendido ou não pelo aluno.	Deve prestar atenção à aula, tomar notas, repetir os exercícios tradicionais, estudar e fazer provas.
CD2	Na relação aluno / conhecimento com um leve acompanhamento do professor.	Não tem incumbência de transmitir o conteúdo. Propõe trabalhos em grupo e faz poucas intervenções que, inclusive, são pouco significativas à aprendizagem.	Empenha-se pela própria aprendizagem a partir dos conhecimentos já adquiridos. Assume praticamente sozinho a dinâmica da aprendizagem. Estuda os aspectos que mais lhe interessam.
CD3	Na relação aluno / conhecimento.	Não é a fonte do conhecimento. Planeja as situações didáticas de forma a favorecer a aprendizagem a partir da realização de atividades pelos alunos. Após uma análise da turma o professor escolhe situações desafiadoras adequadas à realidade e ao nível intelectual dos alunos. Usa a avaliação como parte integrante do processo de ensino-aprendizagem.	Envolve-se ativamente pelas questões propostas. Discuti com o professor as possíveis soluções dos problemas. Aceita e tenta resolver os desafios que o professor lhe propõe. Empenha-se em mostrar interesse pela sua aprendizagem. Refazer os trabalhos, se necessário.

Fonte: PAIS apud CHAVES, 2005, p. 5

Percebemos, através dos diversos comportamentos apresentados no relacionamento entre professor / aluno / saber matemático, que o contratos didáticos CD2 e CD3 apresentam as melhores “cláusulas” no desenvolvimento da Modelagem

Matemática no âmbito educacional, devido as posturas exigidas aos educadores e educandos proporcionarem um ambiente mais propício a obtenção da tarefa de elaboração de modelos. Algumas dificuldades referentes ao trabalho com modelagem em sala de aula são devido ao fato de diversos professores atribuírem a seus alunos o contrato CD1, no qual a modelagem não encontra situações para o seu desenvolvimento.

Bassanezi (2006) comenta que para privilegiarmos um ensino voltado aos interesses e necessidades da comunidade (em nosso caso, o desenvolvimento na área técnica e tecnológica), precisamos considerar o aluno como um agente atuante, especialmente ativo, no desenvolvimento dos conteúdos e do programa em sua totalidade. No entanto, as escolas e as Universidades ainda trabalham com no sistema de auto-transmissão (contrato CD1), no qual as pessoas (professores) que passaram em exames ensinam outras (alunos) a passarem em exames, sem demonstrar um aprendizado significativo à sociedade inserida.

Esta situação é exemplificada através da transcrição de parte do depoimento do falecido físico norte-americano Richard Feynman, ganhador do prêmio Nobel em Física, demonstrando sua perplexidade diante o sistema educacional, no qual ele denominou "*método de ensino brasileiro*" (BASSANEZI, 2008, p. 176):

"... mais tarde assisti uma aula na Escola de Engenharia - ***Dois corpos... são considerados equivalentes... se momentos iguais... produzem... acelerações iguais. Dois corpos são considerados equivalentes se momentos iguais produzem acelerações iguais****. Os alunos estavam ali sentados a copiar o ditado e, quando o professor repetia a frase, verificavam-na para ter certeza que tinham escrito corretamente. Depois escreviam a frase seguinte e assim por diante. Eu era o único que sabia que o professor estava falando sobre momento de inércia, o que era difícil de descobrir.*

Não via como eles podiam aprender alguma coisa daquela maneira. Ali estava ele falando de momento de inércia, mas não se discutia a dificuldade em abrir uma porta, empurrando-a, quando pusermos peso na parte de fora, comparada com a dificuldade se os pesos estiverem perto dos gonzos – nada! Depois da aula falei com um dos alunos:

- Vocês escreveram todos apontamentos – o que fazem com eles?

- Oh, a gente estuda, diz ele. Vamos ter um exame.

- Como vai ser o exame?

- Muito fácil – posso dizer agora uma das perguntas. Olha para o caderno e diz:

- Quando é que dois corpos são equivalentes? E a resposta é: Dois corpos são considerados equivalentes se momentos iguais produzem acelerações iguais.

Por isso, como se pode ver, eles podiam passar nos exames e aprender todas aquelas coisas e não saberem nada, exceto o que decoraram. Os estudantes tinham decorado tudo, mas não sabiam o significado de nada..." (Feynman,R. "Surely You´re Joking, Mr. Feynman". Banton Books, 1985,apud BASSANEZI, 2008, p. 176).

Esta estrutura apresentada pela situação descrita no depoimento do prof. Feynman demonstra claramente uma estrutura de ensino baseada no contrato didático CD1 referido por Pais (quadro 1). O aluno não interfere no conteúdo e organização da aula, sendo seu papel repetir o conteúdo exposto pelo professor. Neste contexto a Modelagem Matemática não encontra ambiente para seu desenvolvimento, devido a sua construção ser estruturada no envolvimento ativo do educando pelas questões propostas, discutindo com o educador as possíveis soluções.

Através da proposta de comportamentos apresentados no relacionamento entre professor / aluno / saber matemático do CD3 se estabelece um ambiente propício ao desenvolvimento das situações didáticas, pois nasce na situação pela qual professor e aluno interagem com o meio. Podemos considerar o ambiente técnico e tecnológico como o meio no qual estas situações acontecem e a Modelagem como uma forma de leitura, de aprendizagem matemática. Neste contexto, a aprendizagem é alcançada pela adaptação do sujeito, que assimila o meio criado por esta situação e os conhecimentos se manifestam como ferramentas de controle desta situação.

Podemos perceber na estrutura à obtenção de um modelo matemático, através de suas etapas de experimentação, abstração, resolução, validação, modificação e aplicações (BASSANEZI, 2006, p. 27) o favorecimento da aprendizagem a partir da realização de atividades desafiadoras e contextualizadas ao ambiente profissional dos educandos. A escolha destas situações é função do professor deve proporcionar um ambiente propício ao desenvolvimento do estudo adequado à realidade intelectual do grupo.

Brousseau ao definir *situação* como o modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina certo conhecimento através deste meio, apresenta a aprendizagem alcançada pela adaptação do sujeito, que se manifestam como ferramentas de controle desta situação. Nos cursos técnicos e tecnólogos a adaptação deste ambiente inserido no contexto da disciplina de Matemática pode encontrar suas ferramentas de controle nas situações propostas pela Modelagem.

Na Teoria das Situações Didáticas o processo de aprendizagem é fragmentado nas situações de ação, formulação, validação e institucioalização. Desde a situação que gera interação entre educando e o meio físico (ação), o processo de comunicação construído entre os educandos (formulação), a validade das informações que são construídas (validação) e a construção de um significado social desta aprendizagem (institucioalização), percebemos congruências com as fases da Modelagem. Neste contexto, a elaboração do modelo matemático de um determinado ambiente, a princípio educacional, proporciona o desenvolvimento de um conhecimento que o aluno utilizará em situações diversas do seu ambiente profissional.

Brousseau comenta que o aluno adquiride verdadeiramente determinado saber quando for capaz de aplicá-lo por si próprio em situações educacionais distintas, propostas nas diversas disciplinas técnicas especificas de seu curso *(situação a-didática) e* fora do contexto do ensino, ausente de qualquer indicação educacional *(situação não-didática)*. A Modelagem Matemática aplicada no ambiente educacional propicia os alunos desenvolverem o conhecimento matemático aplicado às questões práticas nas quais poderão se deparar na sua trajetória profissional, fora do contexto do ensino. Desta forma o aprendizado da Matemática encontra aplicabilidade e importância no cenário educacional técnico e tecnológico.

Conforme mencionamos no início deste capítulo, procuramos estabelecer alguns paralelos entre os aspectos proporcionados através Modelagem Matemática e as teorias apresentadas por estes pensadores da área educacional. Desta forma, podemos relacionar diversas formas de entendimento referente ao aprendizado da matemática e a utilização da Modelagem como ferramenta em busca deste mesmo propósito, demonstrando que o processo de elaboração dos modelos pode ser utilizado desde as séries iniciais até cursos de graduação, pós-graduação e formação de professores.

A proposta deste trabalho, além de identificar a Modelagem como ferramenta no ensino aprendizagem dos conteúdos matemáticos, visa demonstrar a relevância que este aprendizado proporciona na formação técnica e tecnológica. Os profissionais destes segmentos podem apresentar destrezas na manipulação dos conteúdos matemáticos, no entanto, se não apresentarem qualidades referentes à aplicação destes conteúdos no seu cotidiano, no seu ambiente de trabalho, de nada valerá este aprendizado no âmbito profissional deste indivíduo.

Diversos artigos, dissertações e teses, mencionados ao longo deste trabalho, apontam a modelagem matemática como ferramenta no ensino aprendizagem de conteúdos matemáticos (Cálculo Diferencial e Integral, Estatística, funções, entre outros) através dos resultados apresentados na utilização de uma atividade com um grupo de alunos, sua interação, a matematização, a construção do modelo e a sua validação, proporcionam a identificação da Modelagem Matemática como um caminho à construção do conhecimento matemático. Nosso trabalho pretende demonstrar como a modelagem pode contribuir no desenvolvimento da pesquisa, propondo a produção, difusão e transmissão cultural, científica e tecnológica, propondo a aproximação entre os ambientes educacional e científico.

Conforme apontamos, países como Coréia do Sul e Finlândia, que apresentam excelentes resultados no que se referem à política de ensino adotada, desenvolvem em seus institutos politécnicos atividades de investigação relevantes, tanto para os seus planos curriculares e métodos de ensino como para o mundo empresarial, com foco direcionado à indústria e comércios locais. No capítulo seguinte apresentaremos o trabalho realizado no laboratório de tecnologia do vácuo, sob orientação do professor Francisco Tadeu Degasperi, que utiliza a Modelagem Matemática como desenvolvimento de pesquisas e proporciona campo à solução de problemas levantados no meio industrial.

- CAPÍTULO 4 -

Atividades Desenvolvidas na FATEC –SP envolvendo a Modelagem Matemática

Aprender matemática significa não somente dominar as técnicas de cálculo, mas também demonstrar compreensão dos conceitos, percebê-los inseridos num cotidiano e saber utilizá-los como ferramenta para solução dos problemas, associando-os a diversos valores, nos quais podemos destacar os processos de elaborações de novos produtos, isto é, da inovação tecnológica e de conceitos associados à compreensão do desenvolvimento sustentável.

Menino (2007) comenta que o principal fator de competitividade hoje é a construção e manutenção contínua da inovação tecnológica e a sua incorporação como valor agregado nos produtos e serviços de uma economia. Neste contexto a matemática deve ser parte contribuinte neste processo de construção e manutenção de novos produtos, processos e ramos de atividades.

> *A mudança tecnológica tem sido um fator determinante do desenvolvimento das economias nacionais. Nas economias industrializadas, muitos estudos têm mostrado que mais de 50% do crescimento econômico de longo prazo originam-se de mudanças tecnológicas que melhoram a produtividade e promovem o desenvolvimento de novos produtos, novos processos e novos ramos de atividades (Kim apud Menino, 2007, p.2).*

Segundo a UNESCO (2005, p.47) o programa Educação para o Desenvolvimento Sustentável deve fornecer uma compreensão científica do que seja sustentabilidade. A ciência deve ser considerada de uma maneira ampla, de modo que inclua as ciências sociais, as ciências naturais, além das abordagens tradicionais de aprendizagem e compreensão e a ciência formal. A tecnologia proporciona às pessoas as ferramentas necessárias para que sejam capazes de mudar sua situação graças a aprendizagem de suas aplicações. A educação para o desenvolvimento sustentável deveria possuir as seguintes características:

- ✓ *ser interdisciplinar e holística*: aprendizado voltado para o desenvolvimento sustentável como parte integrante do currículo como um todo, não como uma matéria separada;

- ✓ *ter valores direcionados*: é imprescindível que as normas assumidas, os valores e princípios compartilhados que sirvam de base para o desenvolvimento sustentável, sejam explícitas de modo que possam ser analisadas, debatidas, testadas e aplicadas;
- ✓ *favorecer o pensamento crítico e as soluções de problemas*: que gere confiança para enfrentar os dilemas e desafios em relação ao desenvolvimento sustentável;
- ✓ *recorrer a múltiplos métodos:* palavra, arte, teatro, debate, experiência, pedagogias diferentes que dêem forma aos processos. É preciso passar do ensino destinado unicamente a transmitir conhecimento para um enfoque em que professores e alunos trabalhem juntos para adquirir conhecimentos e transformar o espírito das instituições educacionais do entorno;
- ✓ *participar do processo de tomada de decisões*: alunos participam das decisões relativas ao modo como devem aprender;
- ✓ *ser aplicável:* as experiências de aprendizagem oferecidas estão integradas no cotidiano tanto pessoal quanto profissional;
- ✓ *ser localmente relevante*: tratar as questões locais assim como as globais, usando a linguagem que os alunos usam mais comumente. Conceitos relacionados com o desenvolvimento sustentável devem ser cuidadosamente traduzidos em outras línguas, linguagem e culturas.

A Modelagem Matemática apresenta características que aproxima o estudo contextualizado da matemática, sua praticidade, aos valores propostos pelo programa de Educação para o Desenvolvimento Sustentável, pois propõe o ensino da utilização da matemática inserida dentro de um contexto. A compreensão científica possibilita criar recursos tecnológicos que podem ser construídos a partir dos valores mencionados. A ausência deste desenvolvimento nos remete a aceitação de tecnologias impostas por entidades de países dominantes que, em alguns casos, podem não levar em consideração determinados valores.

4.1. A Modelagem Matemática na Parceria entre a Indústria e o Ambiente Acadêmico

Bassanezi (2006) comenta que as ciências básicas devem ter o mesmo peso que as tecnológicas, não sendo encaradas como um luxo permitido apenas aos países desenvolvidos, pois cada nação deve formar seus próprios especialistas e não simplesmente importar conhecimentos, programas curriculares e pesquisas estrangeiras. Na Matemática devemos buscar estratégias que facilitem sua compreensão e conseqüentemente sua utilização e a Modelagem Matemática, neste sentido, contribui na preparação do indivíduo para assumir seu papel neste contexto social: *A educação inspirada nos princípios da liberdade e solidariedade humana tem por fim o preparo do indivíduo e da sociedade para o domínio dos recursos científico e tecnológico que lhe permitem utilizar as possibilidades e vencer as dificuldades do meio.* (Lei 4042 – 20/12/61)

A Modelagem Matemática encontra seu envolvimento no cenário tecnológico através da pesquisa, da investigação de determinado assunto em busca de seu esclarecimento e desenvolvimento. D'Ambrósio (1996) define pesquisa como o elo entre a teoria e a prática. Etimologicamente, a palavra pesquisa está ligada à investigação, a busca (= quest), a research (serch = procura), na busca de explicações, dos porquês e como, com foco em uma prática. Este foco permite o pesquisador encontrar a contextualização de sua ciência, sua disciplina, às necessidades sociais e como este profissional pode contribuir socialmente.

Através do desenvolvimento entre teoria e prática, demonstraremos o trabalho realizado na Faculdade de Tecnologia de São Paulo - FATEC-SP, no curso de Materiais, Processos e Componentes Eletrônicos - MPCE, na disciplina de Tecnologia do vácuo sob a orientação do prof. Francisco Tadeu Degasperi, que utiliza a Modelagem Matemática no desenvolvimento de assuntos discutidos em sala de aula e no laboratório de Tecnologia do Vácuo - LTV e que abordam algumas necessidades apresentadas pela indústria no que se refere ao desenvolvimento da tecnologia no assunto.

O Tecnólogo em Materiais, Processos e Componentes Eletrônicos, está habilitado a desenvolver atividades de controle, qualificação e otimização de processos de fabricação de componentes eletrônicos e dos diversos materiais utilizados. Destacam-se atividades como aperfeiçoar e projetar processos e componentes eletrônicos, realizar caracterizações elétricas e físicas e analisar circuitos com apoio de forte embasamento teórico, aliado às atividades experimentais em laboratórios O aluno está apto a atuar em indústrias, empresas, universidades e centros de pesquisa, assim como dar continuidade aos estudos em nível de pós-graduação.

Os trabalhos realizados no laboratório têm repercussões tanto na área industrial tecnológica como na área acadêmica. Grande parte das pesquisas realizadas no LTV tem sido utilizada por empresas que necessitam da tecnologia do vácuo em seus processos. Empresas como a Brastemp-Brasmotor, Starret, Phillips, Resil, PV- PrestVácuo, entre outras utilizam a tecnologia existente no laboratório e o corpo técnico formado pelos alunos graduando do curso de MPCE. Serviços como a caracterização, a calibração e o desenvolvimento de diversos equipamentos e produtos que envolvem a tecnologia do vácuo foram ambiente de pesquisa e estudo dos alunos, onde identificamos as características da Modelagem Matemática que propomos, na construção dos modelos para explicar os fenômenos físicos envolvidos nos estudos.

Queiroz (2007) menciona em seu artigo *Tecnologia, Educação e Sociedade no Brasil (1969-2005): O Caso do CEETEPS*, o curso de Materiais, Processos e Componentes Eletrônicos, seu campo de atuação no suporte de novas tecnologias nas mais diversas áreas e as empresas que vivenciam este desenvolvimento tecnológico. Ressalta, também, a atuação das empresas multinacionais que, apesar de instaladas em nosso país, utilizam os recursos tecnológicos desenvolvidos fundamentalmente nos seus países de origem.

> *Outro curso numa área intensiva em tecnologia é o de Materiais, Processos e Componentes Eletrônicos, tendo em vista que a indústria e pesquisa eletrônica e microeletrônica tem sido, sobretudo a partir da Segunda Guerra Mundial, uma das maiores e mais dinâmicas internacionalmente - liderada pelos Estados Unidos, seguido pelo Japão, em menor escala, pela Europa-, constituindo-se no suporte para as demais novas tecnologias, das telecomunicações à informática e aeroespacial. É dessa área que se destacam os mais bem conhecidos nomes de multinacionais como General Eletric, ATT, IBM, Westinghouse, RCA (EUA), Mitsubishi Electric, Hitachi, Toshiba (Japão), Philips, Siemens, AEG-Telefunken (Europa). Várias dessas empresas instalaram filiais no Brasil, sobretudo a partir das décadas*

> *de 1960 e 1970, não obstante a pesquisa e os conhecimentos fundamentais dos processos científicos e tecnológicos serem desenvolvidos fundamentalmente nos seus países de origem.Embora e a indústria eletrônica comece a surgir na década de 1930 no país e alguma pesquisa comece a ser feita a partir da década de 1950 sobretudo no ITA e na USP, ainda está longe de se obter as condições para alguma competitividade internacional. (QUEIROZ, 2008; p. 5)*

Devemos ressaltar a importância do trabalho contextualizado entre o aprendizado dos alunos e as necessidades apresentadas pelas indústrias deste segmento. Esta contextualização proporciona o desenvolvimento de estudos e pesquisas dentro do ambiente acadêmico e os educandos identificam em suas pesquisas, no processo de sua formação, identidade com o mundo real e a possibilidade de interagir com este através do seu aprendizado. Demonstraremos, desta forma, pesquisas desenvolvidas no LTV e apresentadas como Trabalho de Conclusão de Curso – TCC, de alunos do curso de MPCE, que abordaram o tema de tecnologia do vácuo e utilizaram a Modelagem Matemática no estudo e na demonstração dos fenômenos físicos aplicados.

Trabalho como do aluno Ricardo Cardoso Rangel (2007) apresenta grande aplicação industrial na calibração dos medidores de pressão, devido a qualidade dos produtos industriais ser uma conseqüência direta dos equipamentos calibrados. O trabalho do aluno Thiago Porfírio Nogueira (2008) é voltado para a indústria de transformadores e foi financiado pela PV-PrestVácuo ltda. As pesquisas dos alunos Danilo da Costa Sparapani (2007) e Paula Corrêa Martins (2008) sobre detecção de vazamento demonstraram grande importância à indústria de refrigeração e de extintores, proporcionando uma parceria com a Resil Comercial e Industrial ltda. Diversas outras pesquisas e trabalhos realizados no LTV, como a medição de pressão e fluxo de gases, projetos e cálculos de sistemas de vácuo, entre outros, são objetos de estudo e desenvolvimento tecnológico.

4.2. A Modelagem Matemática no processo de secagem do papel de enrolamento dos transformadores elétricos

O trabalho do aluno Thiago Porfírio Nogueira (2008) (ANEXO A) é voltado à indústria de transformadores e foi financiado pela PV-PrestVácuo ltda. Sua pesquisa aborda o estudo do fenômeno de transporte de gases e vapores pelos aglomerados formados pela conectividade dos poros do material dos papéis isolantes usados em transformadores elétricos:

> *"Este trabalho consiste na modelagem e na medição da taxa de escoamento de um fluido através de um material permeável conhecido. O material utilizado para a retirada de dados é o papel isolante de um transformador de alta tensão (papel"Kraft"). Um fluido é introduzido de forma a "passar" pelo papel por uma diferença de pressão entre as extremidades do sistema, a partir das medidas extraídas dos diferentes pontos do sistema, pode-se verificar a existência de um fenômeno chamado de taxa de percolação. A taxa de percolação é uma função do grau de saturação do meio poroso e da condutividade do fluido, que pode ser entendida como: a habilidade do meio para conduzir fluido em resposta a um gradiente de potencial do aglomerado gerado pelos canais do mesmo."* (Nogueira, 2008, p.3).

Segundo Biembengut e Hein (2007) no que se refere ao processo que envolve a obtenção de um modelo, este momento é definido como a etapa da interação (1ª etapa), pois ocorre o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado.

Nogueira apresenta a relevância social de sua pesquisa, pois os transformadores são partes vitais de um grande número de sistemas em hospitais, transportes públicos e grandes indústrias. Falhas em transformadores podem causar danos ambientais, ocasionados por incêndios ou explosão em áreas de subestação e adjacentes. Desta forma, os tratamentos prévios dos componentes do sistema para que a os transformadores possibilitem alta performance estão diretamente ligados à qualidade dos seus componentes isolantes, principalmente a do papel de enrolamento.

Através deste estudo, Nogueira constatou que os principais agentes de degradação do papel são o envelhecimento substancial devido ao efeito da temperatura, a oxidação que favorece a difusão do ar no óleo e a *umidade*, um dos fatores de maior relevância na degradação dos transformadores, aumentando exponencialmente a vida gasta de isolamento, conforme ilustra a figura 10.

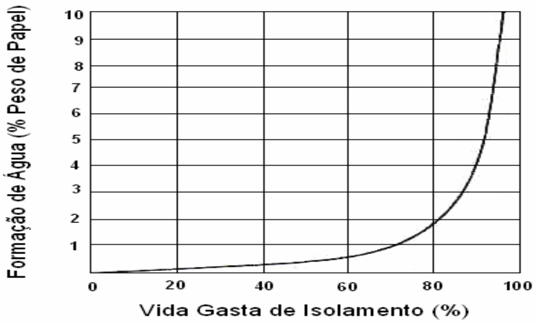

Figura 10 – Gráfico da relação vida gasta pela formação de água
Fonte: NOGUEIRA (2008)

Assumindo a umidade como um dos principais inimigos dos transformadores, direciona sua pesquisa ao processo de secagem do papel isolante e na verificação de que fenômeno de transporte de massa este processo acontece se na *difusão* ou na *percolação*[4]. Para execução da pesquisa foi elaborado um arranjo experimental constituído a partir de um sistema de pré-vácuo, composto basicamente de uma composição de bombeamento (bomba mecânica, filtro e fole metálico), uma câmara de aço inox, um manômetro (medição de pressão) e uma linha composta por válvulas de esferas e agulhas. A figura 11 ilustra esquematicamente o arranjo:

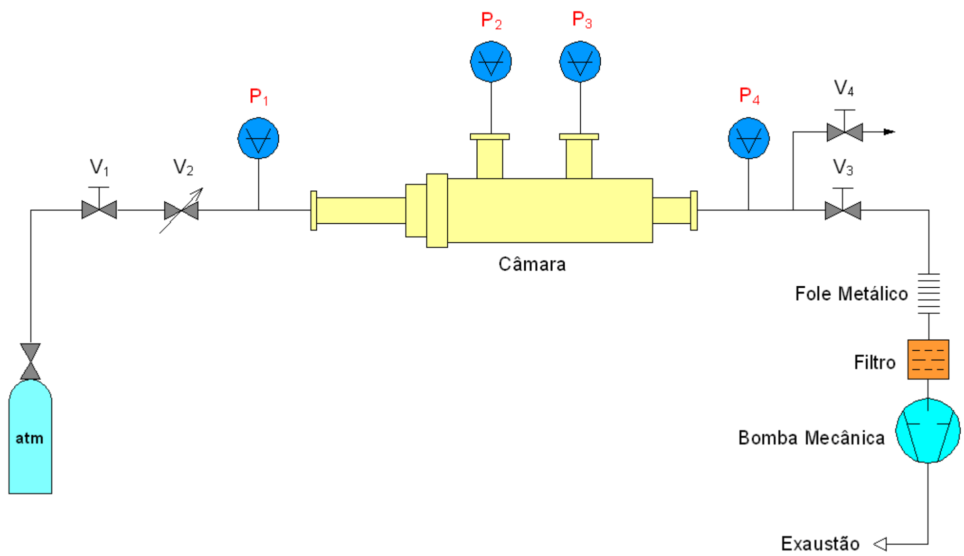

Figura 11 – Esquema do sistema de vácuo e foto do Arranjo Experimental (sem medidores)
Fonte: NOGUEIRA (2008)

[4] *A teoria da percolação foi introduzida por Broadbent e Hammersley, nos anos 50, como um modelo matemático de propagação em meios aleatórios. A percolação é um processo similar ao processo de transporte por difusão, representado pelo escoamento de um fluído através de outro fluído, sendo este último o meio difusor. Na percolação o processo de transporte se realiza em presença de um meio estocástico espalhador, como exemplo, um meio poroso onde os vazios estão distribuídos ao acaso. No caso da difusão em geral não há uma nítida distinção entre o fluido que se difunde e o meio difusor.*

Após as válvulas serem isoladas, a válvula V_4 é aberta para que o ar atmosférico (gás invasor) se expanda pelo sistema. Com o auxílio do manômetro verifica-se a variação da pressão do início (momento em que a válvula V_4 é aberta) do aumento de pressão na câmara até o final da variação (onde a pressão da câmara se iguala com a pressão atmosférica). Verificando o tempo gasto, obtemos valores da pressão em função do tempo:

$$\mathbf{P = P(t)}$$

Considerando que entre os pontos P_4 e P_1 a câmara seja um cilindro, pois o que desejamos obter é o estudo do escoamento do gás invasor através da amostra, temos seu volume dado pela fórmula:

$$\mathbf{V_c = \pi . r^2 . h}$$

A Figura 12 mostra a divisão dos comprimentos do papel "Kraft" em função dos pontos de medida de pressão, onde o ponto de referência P_4 está próximo da válvula de exaustão (V_4), portanto o comprimento de papel neste ponto é nulo. Seguindo esse raciocínio, a medida do ponto P_4 até o ponto P_1 é o comprimento total do papel, do ponto P_4 até P_2 a medida com 2/3 do comprimento do papel e do ponto P_4 até P_1 1/3 do comprimento do papel.

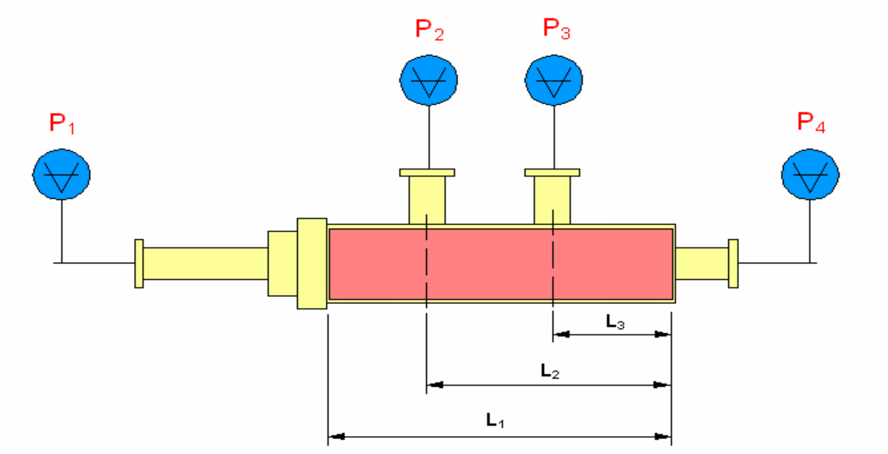

Figura 12 – Divisão dos Comprimentos (L) do Papel. Fonte: NOGUEIRA (2008)

Como a altura (h) para nosso experimento é igual ao comprimento (L), e a seção transversal é constante ao longo desse comprimento, avaliamos a variação de pressão em função do tempo mediante a variação de comprimento do papel (ΔL). Desta forma, temos:

$$\mathbf{P = P(t).\ P(\Delta L)}$$

O arranjo experimental é simples, no entanto satisfaz o objetivo de obter dados exploratórios em relação ao fenômeno pesquisado. As medidas foram observadas pelos valores de pressão nos pontos P_1, P_2, P_3 e P_4 com o auxílio do manômetro. Desta forma, foram realizadas três medidas (testes) para cada situação comparando o ponto P_4 com os demais pontos (P_4 em relação à P_1, P_2 e P_3):

- Testes 1, 2 e 3 para a situação de P_4 em relação a P_1;
- Testes 4, 5 e 6 para a situação de P_4 em relação a P_2;
- Testes 7, 8 e 9 para a situação de P_4 em relação a P_3.

Através da leitura de equipamentos específicos da área tecnológica, como o manômetro e o cronômetro, por exemplo, o educando exerce uma leitura matemática de fenômenos físicos, específicos de sua área de estudo, lidando com medidas, comparações e cálculos, modelando o ambiente social, compreendendo e explicando os fenômenos ocorridos na *matema* (D'Ambrosio, 2002).

Percebemos nesta fase do processo a etapa da matematização, na qual o aluno descreve as relações através de termos matemáticos, selecionando as variáveis relevantes e as constantes envolvidas. A formulação do problema tem como objetivo principal elaborar um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, gráficos ou outras representações que permitam a dedução de uma solução (BIEMBENGUT e HEIN, 2007).

A partir dos resultados encontrados podemos obter o valor médio da pressão inicial (pressão no sistema antes da abertura da válvula V_4), e as equações do aumento da pressão em função do tempo. Os resultados são apresentados nos gráficos das figuras 13, 14 e 15:

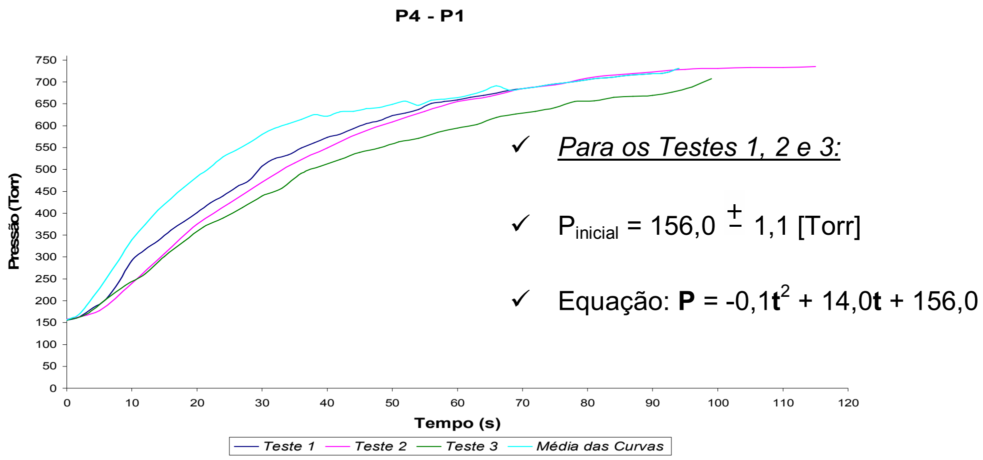

Figura 13 – Gráfico do Ponto P_4 em relação à $P_{1.}$ Fonte: NOGUEIRA (2008)

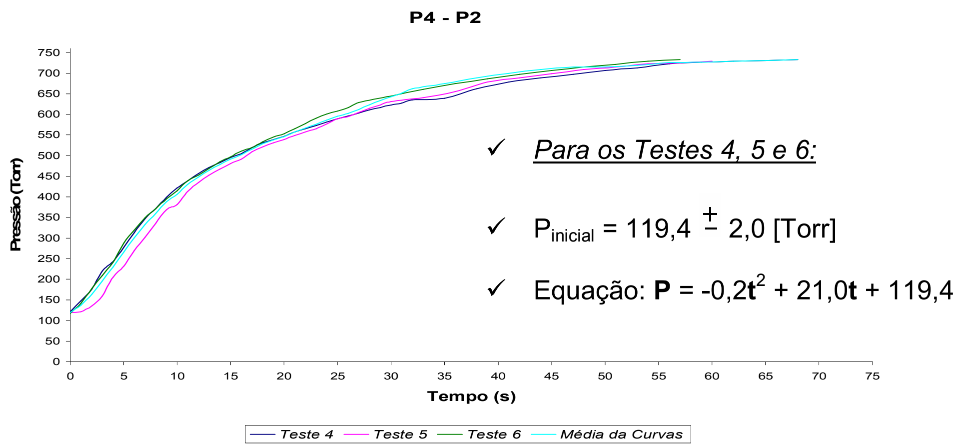

Figura 14 – Gráfico do Ponto P_4 em relação à $P_{2.}$ Fonte: NOGUEIRA (2008)

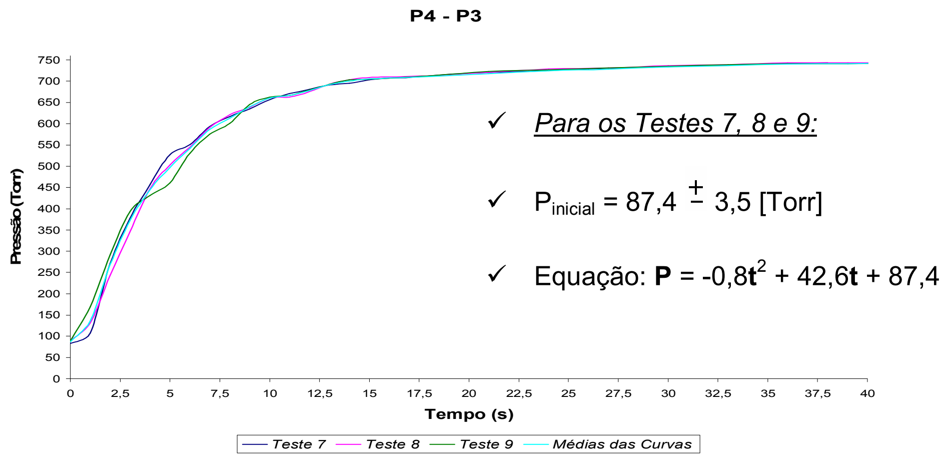

Figura 15 – Gráfico do Ponto P_4 em relação à $P_{3.}$ Fonte: NOGUEIRA (2008)

A figura 16 demonstra as médias das variações de pressão em função do tempo nos três pontos avaliados do sistema. Comparando as três situações nos diferentes comprimentos de papel podemos analisar o comportamento do escoamento do gás invasor, permitindo identificar se o fenômeno ocorre na difusão ou na percolação.

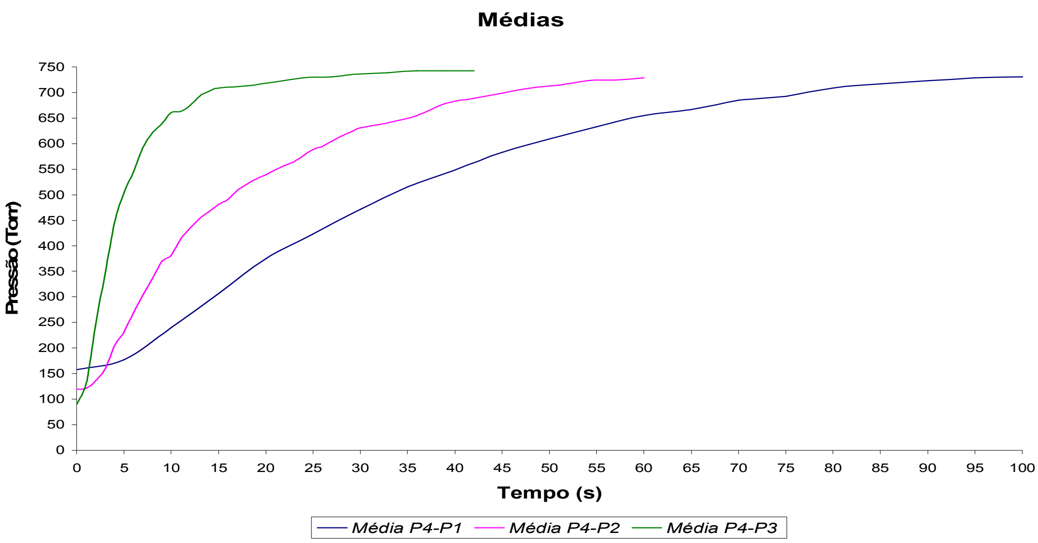

Figura 16 – Gráfico de Comparação das Médias. Fonte: NOGUEIRA (2008)

"... quanto mais próximo o ponto está da válvula de exaustão do sistema (V_4), mais rápido o gás invasor permeia pelo sistema. Que equivale a dizer: que o aumento da pressão no ponto mais próximo a V_4 tem uma variação de tempo (Δt) menor que o ponto mais distante da mesma." (Nogueira, 2008, p.62).

Biembengut e Hein (2007) referem-se a esta etapa como o processo que envolve a interpretação e da validação de um modelo, pois ocorre a implicação da solução do problema que está sendo investigado e a avaliação da relevância desta investigação. Através da comparação dos resultados obtidos a partir da relação com gráficos sobre literaturas que apresentam os comportamentos das curvas nos fenômenos de difusão e percolação, o aluno, como conclusão, identifica que os resultados apresentados pelo sistema proposto estão compatíveis aos fundamentos da teoria de percolação (figura 17).

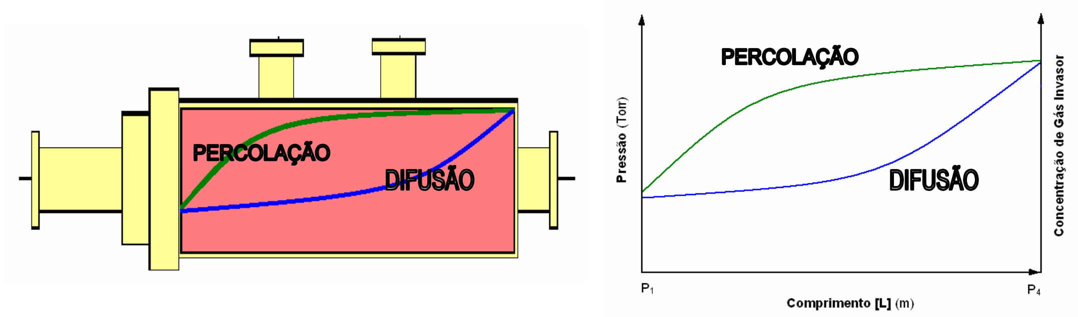

Figura 17 – Gráfico da relação entre Percolação e Difusão. NOGUEIRA (2008)

> *"... Levando em consideração a teoria da difusão, as curvas não apresentariam um fluxo de escoamento tão variável com o tempo, ou seja, as curvas experimentais obtidas não são totalmente coerentes com os fundamentos que regem o processo difusivo. Então analisaremos o processo segundo os fundamentos da teoria da Percolação. Portanto, de posse desses dados e análises e segundo os fundamentos da teoria da Percolação, podemos afirmar que na secagem do papel "Kraft", utilizando o processo à vácuo, o fenômeno de escoamento de gases residuais se dá preferencialmente pela percolação." (Nogueira, 2008, p.62)*

4.3. A Modelagem Matemática e sua contribuição nas diversas pesquisas realizadas no Laboratório de Tecnologia do Vácuo

A pesquisa da Aluna Shirley Mayumi Wakavaiachi (2008) (ANEXO B), sobre o processo de resfriamento de hortaliças a vácuo, que analisa o comportamento das variáveis através dos gráficos obtidos em cada situação, apresenta o estudo sobre um importante assunto referente a indústria de alimento. Consiste na análise do resfriamento através do processo a vácuo e suas características, verificando a relação da área superficial pelo volume do produto. A partir desse principio foi feita uma modelagem de um arranjo experimental com o objetivo de analisar esse fenômeno a partir de parâmetros como perda de água, temperatura e tempo.

> *"...As técnicas que já se apresentam com grande desenvolvimento no Brasil são: os alimentos processados a vácuo e as embalagens a vácuo a fim de obter condições ideais para o produto. O resfriamento a vácuo é um processo que está cada vez mais sendo utilizado na indústria de alimentos, ..., a fim de se obter a análise desse processo começamos pesquisando suas características e verificamos que ele segue uma grande relação da*

> *área superficial pelo volume do produto. A partir desse principio foi feita uma modelagem do arranjo experimental, a fim de mostrar esse fenômeno a partir de parâmetros como temperatura e tempo. A hortaliça sendo o alimento em estudo, no caso a alface crespa, foi escolhida por possuir exatamente esses parâmetros e essa relação vai poder ser visualizada experimentalmente. (Wakavaiachi, 2008, p.2).*

A pesquisa foi financiada pela PV-PRESTVÁCUO LTDA e a aluna se tornou bolsista de iniciação científica do CNPq. Suas pesquisas na área de tecnonlogia do vácuo realizadas na FATEC proporcionaram um embasamento necessário para continuar seus estudos nesta área, pois atualmente Wakavaiachi desenvolve pesquisas no ITA - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, como bolsista do CNPq[5]., sobre a tema "*A Corrosão de Silício por Jato de Plasma em Alto Vácuo*".

O trabalho do aluno Hermes Santana Neves (2009) (ANEXO C) sobre as técnicas empregadas para a diminuição de vazamentos, envolve um conhecimento matemático mais elaborado e tem como objetivo verificar a precisão das medições e a confiabilidade das calibrações obtidas por esta técnica, sendo esse assunto fundamental na área de metrologia. A pesquisa foi realizada para a indústria, uma vez que foi identificada a necessidade de existir no Brasil uma bancada capaz de determinar baixas vazões, sendo os *padrões de vazamentos* os mais promissores para o mercado imediato.

A perspectiva do trabalho é produzir competências na área de metrologia em vácuo, almejando conquistar os certificados de qualidade com o objetivo de tornar o trabalho realizado no LTV uma referência nacional na área. As empresas Resil Comercial Industrial Ltda. e PV-PrestVácuo Ltda. financiaram a execução deste trabalho e o CNPq forneceu uma bolsa Pibic[6] para o estudante.

A pesquisa está dividida em seções: *Introdução, Teoria Física Básica para a Metrologia de Pressão e Vazão em Vácuo, Métodos e Arranjos Experimentais e Conclusão*. Na introdução o aluno apresenta o objetivo da pesquisa e o problema a ser solucionado. "*Este projeto tem como objetivo oferecer uma solução para a*

---

[5] O Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) é uma agência do Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT) destinada ao fomento da pesquisa científica e tecnológica e à formação de recursos humanos para a pesquisa no país. Sua história está diretamente ligada ao desenvolvimento científico e tecnológico do Brasil contemporâneo.
[6] O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC é um programa voltado para o desenvolvimento do pensamento científico e iniciação à pesquisa de estudantes de graduação do ensino superior.

indústria e também para os arranjos experimentais científicos com relação à medição precisa de vazamentos em sistemas de vácuo ou em sistemas que possuem reservatórios de gases a altas pressões." (NEVES, 2009, p. 1). Segundo o esquema de modelagem proposto por Bassanezi, apresentado no capítulo 2 deste trabalho, este momento pode ser definido como a demonstração do *Problema não matemático*.

Na seção *Teoria Física Básica para a Metrologia de Pressão e Vazão em Vácuo*, o aluno desenvolve, conforme Bassanezi, a elaboração do *modelo matemático* referentes a pesquisa. "*O principal objetivo desta seção é introduzir e deduzir de forma rigorosa a Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento em Vácuo – E_{PRV}. Por meio da dedução pretendemos apresentar de forma clara como ocorre o processo de transporte de gases e vapores em baixas pressões."* (NEVES, 2009, p. 1).

Partindo da suposição que a equação do estado dos gases ideais possa ser empregada para os gases rarefeitos, no caso, pressões abaixo da pressão atmosférica, Neves apresenta a equação dos gases perfeitos ou ideais, chamada de equação de *Clapeyron-Mendeleev*:

$p\ V = n\ R\ T$, ou ainda, $p\ V = N\ k\ T$, onde

p é a pressão; V é o volume disponível para as moléculas no recipiente (neste caso a câmara de vácuo); n é o número de mols; R é a constante dos gases perfeitos; T é a temperatura absoluta; N é o número de moléculas e k é a constante de *Boltzmann*. Partindo da equação dos gases perfeitos, o aluno derivou ambos os membros desta equação em relação ao tempo:

$$p\ V = N\ k\ T \rightarrow d/dt\ (p\ V) = d/dt\ (N\ k\ T) \rightarrow p\ dV/dt + V\ dp/dt = k\ T\ dV/dt + k\ N\ dT/dt$$

Como na maior parte dos sistemas de vácuo, geralmente, a temperatura T e o volume V da câmara de vácuo são mantidos constantes, assim, a equação acima se reduz para:

$$V\ dp/dt\ =\ k\ T\ dN/dt$$

A partir deste desdobramento, Neves desenvolve o raciocínio matemático (ver ANEXO C) referente ao estudo em questão obtendo a equação que modela o problema proposto.

> *"Desta forma podemos modelar o sistema de vácuo, inclusive aqueles de interesse à metrologia por meio da expressão mostrada na equação 5. Estamos diante de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem, sendo que para muitos casos de interesse ela é não linear, uma vez que a condutância e a velocidade de bombeamento da bomba de vácuo são representadas por funções que dependem da pressão. A modelagem dos sistemas de vácuo de interesse à metrologia deve ser feita em duas vertentes. Na primeira,devemos conhecer suas características básicas, por exemplo, saber como a pressão varia com as grandezas relevantes do sistema de vácuo. Na segunda vertente deveremos conhecer os limites de aplicação do sistema de vácuo metrológico. Desta forma poderemos ver se é possível interferir junto ao sistema de vácuo para procurar melhorar as condições do sistema de vácuo e tentar obter uma melhoria do ponto de vista metrológico."(NEVES, 2009, p.5).*

Na seção Arranjos Experimentais o aluno apresenta a validação do modelo. Bassanezi define este momento como o de desenvolvimento entre os *dados experimentais* e a *validação do modelo*, pois o pesquisador, através da coleta e manipulação (simplificação) dos dados, valida o modelo matemático identificado. De forma empírica, verifica que a tendência da curva nos gráficos obtidos através do experimento está próximo de 45°, ou seja y(x) = x, portanto:

$$P_i \,.\, V_i = P_f \,.\, V_f.$$

No entanto, através da análise dos dados coletados, a linha de tendência para os pontos da tabela gerou uma curva que atende a equação modelada, mas que não apresentou os resultados esperados pelo pesquisador:

$$y1(x) = 0{,}9216.x + 0{,}3357$$

> *"Essa equação mostra um pequeno erro, onde os valores de y serão sempre menores que os valores x, partindo da pressão atmosférica como pressão inicial, ou seja, PV final será sempre menor que PV inicial. À primeira vista pode parecer que se PV final é menor que PV inicial, esse fato*

> *se deve a algum vazamento no sistema, sendo que é exatamente isso que queremos provar que não existe nesse projeto."(NEVES, 2009, p.8).*

Neste momento, o próximo passo é verificar novamente os caminhos percorridos pela pesquisa e identificar o motivo pelo qual o modelo encontrado não foi validado. Neves retorna à pesquisa e conjetura que se alguma quantidade de gás saiu por um suposto vazamento no sistema a pressão deveria baixar resultando em um valor menor de pressão final, fazendo com que o valor de PV final também seja menor, explicando esse resultado obtido. Como a equação de Boyle não possui apenas a variável pressão, mas também possui a variável volume, poderia ser a questão da capacidade exata de determinação do volume interno do sistema a resposta para esses resultados. Então foi proposta a determinação do volume interno a partir da lei de *Boyle-Mariotte*, chegando a seguinte expressão:

$$V_T = \frac{P_{atm} V_s - P_f V_c}{(\Delta P)}$$

Dessa forma, partindo dos valores obtidos nas medições podemos fazer a determinação do volume do sistema de forma muito mais precisa por meio da nova equação, pois temos o valor de pressão inicial, que é a pressão atmosférica. De forma empírica, verifica que a tendência da curva nos gráficos obtidos através do experimento está muito mais próximo de 45°, ou seja, y(x) = x, portanto:

$$P_i \,.\, V_i = P_f \,.\, V_f$$

A equação demonstra que o erro diminuiu muito em comparação com a equação anterior, isso explica que essa pequena variação não se trata de um vazamento e sim da capacidade de determinação exata do volume interno do sistema.

$$y2(x) = 1{,}0153x + 0{,}0805$$

Os resultados obtidos através da equação permitem o pesquisador validar o modelo e identificar a resposta necessária à solução do problema proposto.

> *"As técnicas empregadas para a diminuição de vazamentos foram testadas com sucesso, sendo os mesmos praticamente eliminados, aumentando assim a precisão das medições e a confiabilidade das calibrações obtidas por esse padrão, sendo esse assunto fundamental na área de metrologia. Os trabalhos foram feitos para a indústria, uma vez que identificamos a necessidade de existir no Brasil uma bancada capaz de determinar baixas vazões, sendo os padrões de vazamentos os mais promissores mercados imediatos. No caso deste trabalho em particular, a Resil Comercial e Industrial Ltda. financiou os arranjos experimentais. Esperamos estar criando no Brasil uma competência na área de metrologia em vácuo e ainda almejamos conquistar os certificados de qualidade a fim de nos tornar uma referência nacional na área."(NEVES, 2009, p.10)*

Outros trabalhos (RANGEL, 2007; IKETANI e IKEDO, 2008; SGUBIN, 2009) (ANEXOS D, E e F) demonstram a utilização da Modelagem Matemática como ferramenta no desenvolvimento de pesquisa e entendimento dos fenômenos físicos abordados no Laboratório de Tecnologia do Vácuo. Presumimos através destas pesquisas que a Modelagem contribui de forma significativa na formação do profissional que deseja, através de um estudo matemático do ambiente tecnológico, evoluir e ampliar os conhecimentos oriundos de um determinado segmento.

Verificamos, através destes trabalhos realizados no LTV, que a Modelagem contribui no desenvolvimento dos assuntos pertinentes a tecnologia do vácuo, no entanto, devemos ressaltar que estes alunos não foram submetidos a um estudo matemático que abordasse a Modelagem, seus conceitos, etapas e processos de obtenção dos modelos. Estes alunos desenvolveram a Modelagem nas aulas de *Tecnologia do Vácuo*, sob a orientação do prof. Francisco Tadeu Degasperi, que utiliza modelos matemáticos para entender os fenômenos físicos de suas pesquisas.

A Modelagem pode ser amplamente trabalhada em diversas disciplinas dos cursos técnicos e de tecnologia, pois seu desenvolvimento não é exclusividade de profissionais da Matemática, no entanto os educadores matemáticos necessitam entender que uma valiosa forma de contribuir na formação dos profissionais da área técnica é apresentar um estudo aplicado da disciplina e um dos caminhos a serem tomados pode ser o estudo a partir da obtenção de modelos, proporcionando um caráter experimental nas aulas de Matemática, conforme proposto por D'Ambrósio.

Brousseau explica que o educando somente adquiride verdadeiramente determinado saber quando for capaz de aplicá-lo por si próprio nas diversas disciplinas técnicas especificas de seu curso, situação que define como *a-didática e* fora do contexto do ensino, no seu ambiente profissional, situação esta definida como *não-didática*. A matemática ensinada de forma abstrata e descontextualizada do ambiente tecnológico não propicia o aluno desenvolver as situações a-didáticas e não-didáticas, pois os motivos, as necessidades, os "*para que serve isto*" não foram apresentados nas aulas de Matemática.

Ensinar matemática não é apenas transferir a informação que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa ou decorar os valores dos senos de determinados ângulos, mas inseri-la dentro de um contexto que o educando utilize este conhecimento em seu cotidiano. Ensinar o caminho de como este conhecimento de processa é parte do sistema de ensino, pois os educadores matemáticos não podem presumir, através de uma atitude pragmática, que estes conhecimentos se formalizam naturalmente.

Os profissionais da área técnica necessitam de uma educação matemática que contribua em sua formação. O Centro Paula Souza tem por objetivo a formação de profissionais aptos a empreenderem uma atuação profissional qualificada dirigida à inovação e à solução de problemas de base tecnológica e este trabalho pretende identificar na Modelagem Matemática características fundamentais a estes propósitos.

- CAPÍTULO 5 -

Considerações Finais

Uma forma de interagir com a realidade profissional dos educandos da área técnica e tecnológica é diminuir a distância entre o meio acadêmico e o profissional e um dos caminhos é proporcionar a parceria entre ambos. As dificuldades apresentadas pelas empresas em obterem laboratórios e centros de pesquisas na busca do desenvolvimento tecnológico podem ser solucionadas através do diálogo entre o meio acadêmico e os centros tecnológicos. No entanto, para este diálogo ocorrer os educandos devem apresentar qualidades que atendam as necessidades de produção e transmissão cultural, científica e tecnológica, propondo a aproximação dos ambientes educacional e científico.

Neste contexto, verificamos que os educandos necessitam de uma formação que atenda estas necessidades e uma das vertentes fundamentais desta formação é o aprendizado apropriado ao exercício da matemática inserida neste ambiente. Desta forma, apresentamos a Modelagem Matemática como ferramenta à busca desta formação adequada, devido ser tomada tanto como método científico de pesquisa quanto uma estratégia de ensino-aprendizagem, pois a Modelagem basicamente consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

A proposta não é apresentar a Modelagem como a solução para todos os problemas enfrentados no ambiente educacional referente ao aprendizado da Matemática, pois conjeturamos sobre suas limitações como estratégia de ensino-aprendizagem, no entanto entendemos que a Modelagem Matemática pode ser um caminho pelo qual os educandos, futuros técnicos e tecnólogos, identifiquem que a disciplina deve ser utilizada como uma forma de leitura, de compreensão do ambiente (tecnológico) que o cerca, conforme menciona Freire, e perceba a matemática como uma valiosa ferramenta no exercício de suas habilidades profissionais.

É fundamental a importância do ensino contextualizado da Matemática na formação técnica/tecnológica para o desenvolvimento das características necessárias à busca do avanço tecnológico, pois o perfil exigido destes profissionais não permite apenas o aprendizado abstrato dos conceitos matemáticos. Verificamos nos trabalhos de Rangel (2007), Nogueira (2008), Wakavaiachi (2008), Iketani e Ikedo (2008), SGUBIN (2009) entre outros, que o processo de obtenção de um modelo, definido como Modelagem Matemática, proporciona um elo entre a matemática e a realidade.

Produzir tecnologia é criar independência econômica, política e social no cenário mundial e os países que investirem em pesquisas tecnológicas poderão direcionar seus estudos alicerçados em valores como o desenvolvimento sustentável e o cooperativismo. O Centro Paula Souza tem por objetivo formar profissionais aptos a empreenderem uma atuação profissional qualificada dirigida à inovação e à solução de problemas de base tecnológica. Desta forma, percebemos a necessidade de promover aos alunos conteúdos que lhe permitam desenvolver pesquisas aplicadas em sua área de atuação profissional e identificamos na Modelagem Matemática características fundamentais a estes propósitos.

Como demonstramos, a Modelagem Matemática está presente em diversos trabalhos desenvolvidos pelos alunos dos cursos de tecnologia do Centro Paula Souza, no entanto conjeturamos necessário resgatar o caráter experimental nas aulas de Matemática, como proposto por D’Ambrósio. Desta forma, a proposta desta pesquisa é iniciar um trabalho que apresente a Modelagem Matemática como parte do processo de formação nas disciplinas de Matematica, revelando suas importância e necessidade no cenário educacional tecnológico.

Referências

ARAÚJO, Jussara L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos**. 2002. 173 f. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciência Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

ARRUDA, Joseane P. de ; SOARES, Maricélia; MORETTI, Méricles T. **(Re)Afirmando, (Re)Negociando e (Re)Criando Relações no Ambiente Escolar: a influência do contrato didático no ensino de matemática.** Revista do Programa de Educação Corporativa. Revista do PEC, Curitiba:PR, v. 3, p. 19 - 30, 20 mar. 2004.

BARBOSA, J.C. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores.** 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Orgs.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas práticas educacionais.** Recife: SBEM, 2007.

BASSANEZI, R.C. Ensino**-aprendizagem com modelagem matemática.** 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BEAN, D. **O que é modelagem matemática? Educação Matemática em revista**. São Paulo: SBEM, ano 8. n.9/10, 2001.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4. ed. São Paulo. Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, Maria Sallet. **Qualidade no Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular**. 1997. 305 f. Tese (Doutorado) – Curso de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

BIEMBENGUT,M. S.; SCHMITT, A. L. F.; VIEIRA, E. M. **Um panorama das produções brasileiras de modelagem matemática no ensino.** In: III Encontro Paranaense de Modelagem Matemática em Educação Matemática. Perspectiva da Modelagem Matemática no Ensino - UNICENTRO, Guarapuava, 2008 (p.198 a 214).

BINI, Márcia Bárbara. **Atividades Interativas como Geradoras de Situações no Campo Conceitual da Matemática**. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008

Boletim Informativo do Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino – CREMM. Ano I - N 1 - Novembro de 2007

Boletim Informativo do Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino – CREMM. Ano II - N 2 – Maio de 2008

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo da Teoria das Situações Didáticas: Conteúdos e Métodos de Ensino**. São Paulo. Ed. Ática, 2008.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. **Modelagem Matemática e contrato didático: impressões de uma experiência.** In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2005, Feira de Santana - BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2005. v. I.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 10. ed. Campinas. Papirus, 2003.

D' AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática – dos fatos reais à modelagem – uma proposta de conhecimento matemático**. 1999 –Disponível em:http://vello.sites.uol.com.br/modelos.htm> (acesso em 11/01/2009)

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática e Modelagem**. In: Maria do Carmo S. Domite (ed.). Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática-CBEm 1. FE-USP. São Paulo. 2000

D'AMORE, B. (2007). **Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino**. Bolema. Boletim de Educação Matemática. Vol. 20, n° 28, 1179-205. ISSN: 0103-636X.

Deliberação CEETEPS nº 02, de 30 de janeiro de 2006 e a íntegra do Regimento, já publicado no DOE - <http://www.centropaulasouza.sp.gov.br/Ete/Regim_Escolar.html> (acesso em 09/01/2009)

FAVARO, Thomaz. A melhor escola do mundo - Como a Finlândia criou, com medidas simples e focadas no professor, o mais invejado sistema educacional. **REVISTA VEJA**, edição 2048, 20 de fevereiro de 2008. Disponível em : < http://veja.abril.com.br/200208/p_066.shtml> acesso em: 03.mai.2009.

FERREIRA, M. L.; DEGASPERI, F. T. A **Modelagem Matemática e o Ensino Tecnológico sob uma Perspectiva Freireana.** In: III Encontro Paranaense de Modelagem Matemática em Educação Matemática. Perspectiva da Modelagem Matemática no Ensino - UNICENTRO, Guarapuava, 2008. (p.1 a 12)

FERREIRA, Paula. Santo de casa faz milagre. **Revista INOVAÇÃO em pauta**. FINEP. 3ª edição. p.37 a 40. Disponível em: <http://www.finep.gov.br/imprensa/revista/terceira_edicao/inovacao_em_pauta3_37a40.pdf> Acesso em 07/04/2009.

FERRUZZI, Elaine Cristina. **A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia**. Dissertação (Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

FERRUZZI, E. C. ; GONCALVES, M. B. ; HRUSCHKA, J ; ALMEIDA, L. M. W. **Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem nos cursos**

superiores de tecnologia. In: World Congress on Engineering and tecnology education, 2004, Santos - Br. WCETE 2004 - World Congress on Engineering and tecnology education. santos - sp : copec, 2004. v. único. p. 1354-1358.

FRANCHI, R. H. O. L. **Modelagem Matemática como estratégia de aprendizagem do Calculo Diferencial Integral nos cursos de Engenharia**. 1993. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1993.

FRANCHI, R. H. O. L. **Uma proposta curricular de matemática para cursos de engenharia utilizando modelagem matemática e informática**. 2002. 189 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

FRANCHI, A.. **Resolução de Problemas aritméticos verbais escolares: relação ao saber e contrato didático.** In: 22a Reunião Nacional da ANPED, 1999, Caxambú. Anais da 22a reunião anual da ANPED, 1999. v. 1.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários à Prática Educativa**. São Paulo. Paz e Terra, 2005.

FREIRE, P. & D'AMBRÓSIO,U. **D'Ambrósio entrevista Paulo Freire**. In: Vídeo gravado como parte do programa do 8th International Congress on Mathematical Education. Sevilha. Espanha, 1996. Transcrição disponível em Português em http://vello.sites.uol.com.br/velo/ubi/htm. Acesso em 27 ago. 2008.

FRIGOTTO, G. **A relação da educação profissional e tecnológica com a universalização da educação básica - Educ. Soc.**, Campinas, vol. 28, n. 100 - Especial, p. 1129-1152, out. 2007 - http://www.cedes.unicamp.br (acesso em 11/01/2009).

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. - 9. reimpr. São paulo: Atlas, 2007.

IKETANI, V. M. ; IKEDO, K. A. ; DEGASPERI, F. T. . **Determinação Experimental de Taxa de Degaseificação de Materiais em Vácuo**.. In: 10º Simpósio de Iniciação Científica e Tecnológica - 10º SICT- FATEC-SP, 2008, São Paulo. Boletim Técnico FATEC-SP, 2008.

JACOBINI, O. R. **A Modelação Matemática aplicada no ensino de Estatística em cursos de graduação**. 155f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociência e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 1999.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no Contexto da Educação Matemática: Aspectos Filosóficos e Epistemológicos**. Dissertação - Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2007.

KURATA, K. **O Ensino de Cálculo para Cursos Superiores de Tecnologia na Área Ambiental: Aspectos Motivacionais do Aluno**. Dissertação de Mestrado em

Tecnologia – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza – São Paulo, 2007.

LEAL, S. **Modelação Matemática Uma Proposta Metodológica para o Curso de Economia**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina - UFESC. Florianópolis, 1999. http://www.eps.ufsc.br/disserta99/leal/index.html. Acesso em: 23/03/2009.

MAIOLI, M. **Uma Oficina para Formação de Professores com Enfoque em Quadrilateros**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP. São Paulo, 2002.

MARTINS, Paula Corrêa. **Bancada com Padrões Absolutos de Vazamentos Para a Indústria de Extintores de Incêndio.** Monografia (TCC – graduação) Faculdade de Tecnologia de São Paulo –SP, 2008.

MEDEIROS, K. M. **O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula**. Publicado em Educação Matemática em Revista. SBEM - 2001, nº 9/10 - pp. 32-39.. Educação matemática em revista, São Paulo, v. 9/10, p. 32-39, 2001.

MENINO, S. E. **Capacitação e Aprendizado Tecnológico: Desafio imediato para o Brasil no cenário internacional.** In: X SEMEAD: Seminários em Administração FEA -USP, 2007, São Paulo. Anais do X SEMEAD: Globalização e Internacionalização de Empresas, 2007.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. 8. ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

MOURA FÉ, Ana Lúcia Damasceno. No clima da Embrapa. **Revista Info Exame**. Ed. Abril. 09 mar. 2009. Caderno Desenvolvimento. Disponível em: <http://planetasustentavel.abril.com.br/noticia/desenvolvimento/conteudo_426582.shtml> Acesso em 07 abr. 2009.

NEVES, H S ; OLIVEIRA, J. ; DEGASPERI, F. T. . **Aprimoramento e Automatização de Padrão para Vazamentos e Injeção Controlada de Gases**. In: Enqualab-2009 - Congresso da Qualidade em Metrologia, 2009, São Paulo.

NOGUEIRA, Thiago Porfírio. **Análise da Taxa de Percolação em Papéis Isolantes Usados em Transformadores Elétricos**.Monografia (TCC – graduação) Faculdade de Tecnologia de São Paulo –SP, 2008.

OREY, D. C. e ROSA, M. **Vinho e queijo**: **Etnomatemática e modelagem**. BOLEMA, v.20, pp. 1–16, 2003.

PARECER CNE/CEB Nº 16/99 - **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Técnico** – *disponível em:* <http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf _legislacao/tecnico/legisla_tecnico_parecer1699.pdf>. acesso em 09/01/2009

PETEROSSI, Helena Gemignani. **Formação do Professor para o Ensino Técnico**. São Paulo: Loyola, 1994. 191p. (Coleção educar; 15).BBE

PINTO, N. B. **Contrato Didático ou Contrato Pedagógico?** In: Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 4, n.10, p.93-106, set./dez. 2003.

QUEIROZ, F. A. de . **Tecnologia, Educação e Sociedade no Brasil (1969-2005): O Caso do CEETEPS**. In: XXIV Simpósio Nacional de História, 2007, São Leopoldo - RS. Associação Nacional de História - ANPUH, 2007. Disponível em: http://snh2007.anpuh.rg/resources/content/anais/Francisco%20A%20de%20Queiroz.pdf. acesso em 29 jan.2009

RANGEL, Ricardo Cardoso. **Determinação da Razão de Volumes para o Método e Expansão Estática em Metrologia de Pressão em Vácuo**. Monografia (TCC – graduação) Faculdade de Tecnologia de São Paulo –SP, 2007.

SANTOS, Berneval Pinheiro. **Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrósio: contribuições para a formação do professor de matemática no Brasil**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade e Educação da Universidade de São Paulo – FEUSP. São Paulo, 2007.

SAVIANI, D. **Trabalho e educação: fundamentos ontológicos e históricos**. Trabalho apresentado na 29ª Reunião Anual da ANPEd, Caxambu, 2006. (mimeo.).

SCANDIUZZI, P.P. **Água e Óleo**: **Modelagem e Etnomatemática**? In: BOLEMA. N° 17. UNESP. Rio Claro. p. 52-58. 2002.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 22ºed. São Paulo: Cortez, 2002.

SGUBIN, L. G. ; Nunes, C. C. P. ; DEGASPERI, F. T. . **Aprimoramento da Montagem, Calibração e Operação do Medidor Padrão de Vácuo McLeod**. In: Enqualab-2009 - Congresso da Qualidade em Metrologia, 2009, São Paulo.

SPARAPANI, Danilo da Costa. **Padrão para Vazamentos e Injeção Controlada de Gases.** Monografia (TCC – graduação) Faculdade de Tecnologia de São Paulo –SP, 2007.

SPNOTÍCIASVEJA. São Paulo, ano 1, n.3, agosto de 2008.

STERNBERG, R. J. **Psicologia cognitiva**. Porto Alegre: Artmed, 2000UNESCO.

UNESCO. **Década da Educação das Nações Unidas para o Desenvolvimento Sustentável, 2005 – 2015**: documento final do esquema internacional de implementação. Brasília, 2005. Apresenta textos sobre os Projetos da UNESCO. Disponível em: http://www.unesco.org.br. Acesso em: 8 jan. 2009.

WAKAVAIACHI, S. M. ; DEGASPERI, F. T. . **Resfriamento de Hortaliças a Vácuo**. In: 10º Simpósio de Iniciação Científica e Tecnológica da Fatec-SP, 2008, São Paulo - SP. Boletim Técnico da Faculdade de Tecnologia de São Paulo, 2008

WEINBERG, Mônica. 7 lições da Coréia para o Brasil - O que o país pode aprender com o bem-sucedido modelo de educação implantado na Coréia do Sul. **REVISTA VEJA**, edição 1892, 16 de fevereiro de 2005. Disponível em: <http://veja.abril.com.br/160205/p_060.html> acesso em: 03.mai.2009.

- Anexo A –

Análise da Taxa de Percolação em Papel Isolante para Transformadores de Alta Potência
In: XXIX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência - XXIX CBRAVIC, 2008, Joinville - SC. XXIX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência - XXIX CBRAVIC, 2008

ANÁLISE DE TAXA DE PERCOLAÇÃO EM PAPEL ISOLANTE PARA TRANSFORMADORES

Thiago Porfírio Nogueira e Francisco Tadeu Degasperi
Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC-SP – CEETEPS – UNESP – São Paulo – SP – Brasil
ftd@fatecsp.br

1. Introdução

O projeto consiste no estudo e na medição da taxa de escoamento de um fluido através de um material permeável conhecido. Com medidores de pressão monitorando pontos diferentes do sistema, podemos analisar o comportamento do fluido gasoso passando através do material poroso, constituindo assim, o que chamamos de taxa de percolação. A taxa de percolação é uma função do grau de saturação do meio poroso e da condutividade do fluido, que pode ser entendida como: a habilidade do meio para conduzir fluido em resposta a um gradiente de potencial do aglomerado gerado pelos canais dele.

2. Procedimento Experimental e Resultados

Partiremos de um sistema, mostrado na figura 1, composto de uma câmara ligada a um sistema de vácuo, contendo em seu interior um rolo de papel isolante "*Kraft*" – material a ser analisado – usado em transformador de alta potência. Nessa câmara de vácuo será injetado o gás nitrogênio – gás invasor – para que o ele escoe pela câmara de vácuo e percole pelo material isolante. Serão colocados manômetros – colunas de mercúrio – para medir a pressão nos diversos pontos da câmara de vácuo, assim, analisando assim a variação de pressão existente no sistema. Chamamos a região que está o gás invasor de ponto de referência P4, a região mais próxima do sistema de entrada do gás invasor de P1, a região intermediária P2 e a região mais distante da entrada de gás P3.

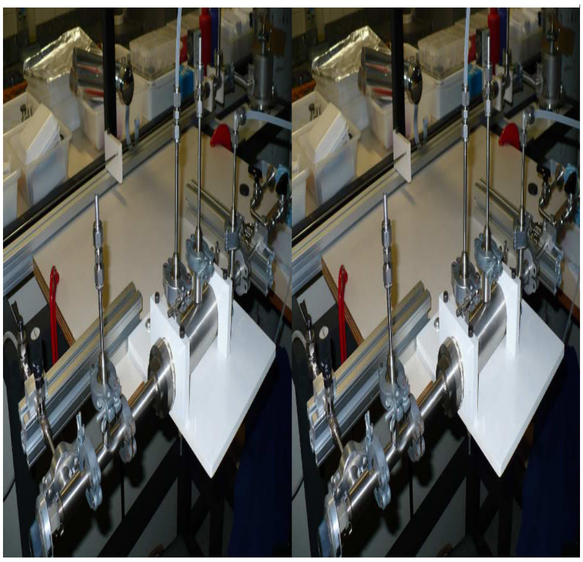

Figura 1 – Esquema do sistema de vácuo. P4 é pressão medida no tubo à direita da figura. O tubo à esquerda da figura é o P3, depois à sua direita o P2 e em seguida o P1.

Na figura 2 vemos a variação da pressão em função do tempo em três pontos do sistema. Para realizarmos estas medidas fixamos um ponto – ponto referencial que se localiza na parte mais próxima da bomba, isto é, o de pressão P4 – e medimos a variação da pressão ao longo de três pontos do sistema em relação ao ponto referencial.

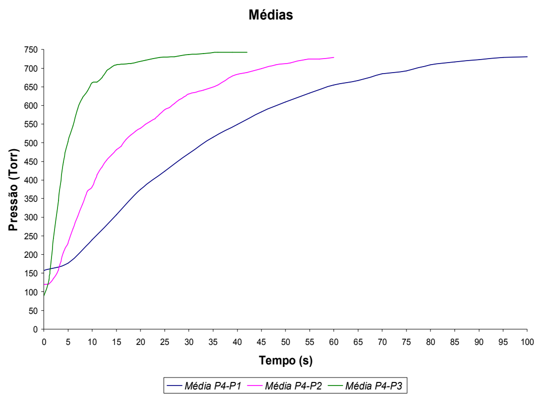

Figura 2 – Variação da pressão em função do tempo para três regiões do sistema.

4. Conclusões

Neste trabalho foi desenvolvido o estudo exploratório do comportamento de um fluido gasoso
invasor, quando ele escoa por um material poroso – papel "*Kraft*" –, com o sistema de vácuo submetido a
uma diferença de pressão entre os diversos pontos do comprimento do material. Utilizamos as teorias físicas
de dois fenômenos de transporte – difusão e percolação – de gases, e os comparamos de acordo com os dados
obtidos experimentalmente. Pelo comportamento observado e análise dos dados experimentais concluímos – de forma heurística – que o fenômeno de transporte de gases e vapores tem origem na percolação, ou seja, na predominância do escoamento pelos aglomerados formados pela conectividade dos poros do material.

5. Referências

[1] Reginaldo A. Zara, Novas Formas de Percolação,Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo – Instituto de Física de São Carlos, 2000.

Agradecimentos

À empresa PV-PrestVácuo Ltda. pelo financiamento da pesquisa.

- Anexo B -

Resfriamento de Hortaliças a Vácuo
In: XXIX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência - XXIX CBRAVIC, 2008, Joinville- SC. XXIX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência - XXIX CBRAVIC, 2008

RESFRIAMENTO DE HORTALIÇAS A VÁCUO

Shirley Mayumi Wakavaiachi1, Francisco Tadeu Degasperi2
Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC-SP – CEETEPS – UNESP – São Paulo – SP.
ftd@fatecsp.br

1. Introdução

O resfriamento a vácuo é fundamental para o desenvolvimento da indústria de alimentos, tendo em vista a necessidade da conservação de alimentos por um maior tempo evitando esperdícios. A alface pode perder até 10% de água, senão a sua degradação ocorrerá de maneira mais rápida. No Laboratório de Tecnologia do Vácuo – LTV – foi desenvolvido um sistema de pré-vácuo de modo a estudar alguns conceitos físicos, como podemos observar na figura 1. Durante o processo a medida que a pressão diminui, as partículas mais energéticas começam a sair do sistema e a temperatura começa a diminuir. O processo está sustentado fisicamente no fenômeno de pressão de vapor, em conjunto com a distribuição de Maxwell- Boltzmann das velocidades e energias das moléculas. [1]

2. Parte experimental

Partindo de experimentos preliminares, com material facilmente manipulável como a água, vamos poder observar relações de troca de calor através de gráficos do tempo em função da temperatura, e depois realizamos experimentos com a alface. No primeiro experimento foram realizadas medições em um tubo de ensaio, com diferentes volumes de água de 10, 15, 20, 25,30 e 35 ml, e para eles foram realizadas medidas utilizando rolhas de 2 a 6 furos, sendo que em um deles ficará o termômetro e o termopar juntos para a obtenção da temperatura. Os experimentos foram realizados no sistema de vácuo desenvolvido no LTV. Obtivemos o gráfico do tempo em função da temperatura para 30 ml de água para cada rolha com número de furos diferentes como mostrado na figura 2. O experimento com a alface, como mostrado na figura 1, realizamos medidas da massa da alface em uma balança analítica antes e depois do processo a vácuo, durante o processo a alface ficou dentro de uma peneira. A partir do experimento, podemos obter relações de perda de água da alface, considerando que inicialmente a alface possui 95% de água em sua constituição. [1]

Figura 1 – Arranjo experimental do sistema de resfriamento a vácuo.

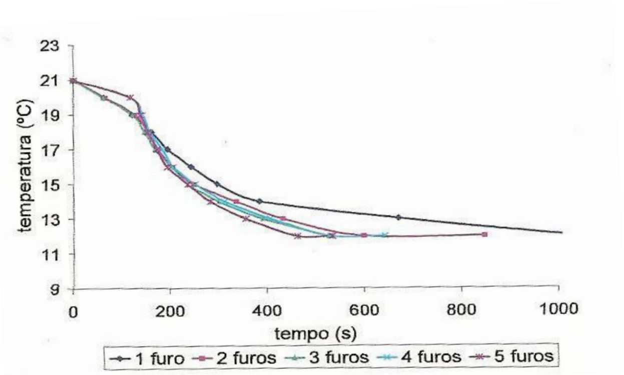

Figura 2 – Gráfico do tempo em função da temperatura para um volume de 30 ml de água.

4. Conclusões

No experimento com o tubo de ensaio é possível observar a influência da condutância no sistema de bombeamento, sendo que quanto maior a área para ocorrer a troca de calor com o meio, menor será o tempo para a temperatura se estabilizar. O motivo de escolhermos as hortaliças, no caso a alface, é devido a sua grande área superficial, sendo que nessa condição o sistema ocorre de maneira mais eficiente. A partir das medidas com a alface obtivemos 9,64% de água perdida pela alface durante o resfriamento que obteve o valor dentro da faixa esperada.

5. Referências

[1] MSC. Afonso, M. R. A. - Resfriamento a vácuo de alfaces hidropônicas - Tese de Doutorado – UNICAMP-SP - Faculdade de Engenharia de Alimentos - Fevereiro de 2005 - Campinas-SP.

Agradecimentos

Ao CNPq pela concessão da bolsa Pibiq e à empresa PV-PrestVácuo Ltda. pelo financiamento de parte da pesquisa.

1 Aluno de Iniciação Científica da CNPq

- Anexo C -

Aprimoramento e Automatização de Padrão para Vazamentos e Injeção Controlada de Gases

In: Enqualab-2009 - Congresso da Qualidade em Metrologia, 2009, São Paulo

APRIMORAMENTO E AUTOMATIZAÇÃO DE PADRÃO PARA VAZAMENTOS E INJEÇÃO CONTROLADA DE GASES.

ENQUALAB-2009 – Congresso e Feira da Qualidade em Metrologia
Rede Metrológica do Estado de São Paulo - REMESP
01 de junho a 04 de junho de 2009, São Paulo, SP, Brasil

Hermes Santana Neves[1], Janderson Bezerra de Oliveira[2] e Francisco Tadeu Degasperi[1]
[1] Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC-SP – CEETEPS – UNESP – São Paulo [2] Resil Comercial e Industrial Ltda. – Diadema – SP – Brasil

ftd@fatecsp.br – Tel.11-3322-2253

Resumo: Em muitos processos e atividades industriais, tecnológicos e científicos são utilizados sistemas de injeção e controle de gases e vapores, seja em reservatórios a altas pressões, seja câmaras de vácuo. Este assunto é muito importante nesta área e também para a detecção de vazamentos. Sabemos que para aprovar muitos equipamentos e produtos em geral necessitamos fazer um teste de estanqueidade, ou seja, eles precisam estar selados o suficiente para que não haja troca de gases do meio interno para o meio externo e também o contrário. Este projeto tem como objetivo oferecer uma solução para a industria com relação à medição de forma precisa de vazamentos, podendo se fazer inclusive injeção controlada de gases em sistemas de vácuo em aplicações de pesquisa e processos industriais. Aproveitaremos a oportunidade e apresentaremos uma detalhada introdução ao assunto referente ao processo de bombeamento em vácuo, que é um tema central.
Palavras chave: vácuo, metrologia, padrão de vazão, *throughput*, vazamento.

1. Introdução.

Este projeto tem como objetivo oferecer uma solução para a indústria e também para a arranjos experimentais científicos com relação à medição de forma precisa de vazamentos em sistemas de vácuo ou em sistemas que possuem reservatórios de gases a altas pressões.
No caso de sistemas de vácuo, o vazamento ocorre do meio externo para o interior do sistema de vácuo, prejudicando assim o sistema e contaminando-o com impurezas indesejadas, afetando assim a qualidade dos produtos fabricados.

Ao contrário, em reservatórios de altas pressões, o vazamento ocorre do reservatório de gás para o meio externo, tendo perdas indesejadas de seu conteúdo e em alguns casos contaminando o meio externo com substancias tóxicas ou que podem prejudicar o meio ambiente.
Atualmente o mercado internacional está muito exigente neste setor, com relação a esse tipo de problema, pois há uma preocupação com a qualidade do produto comercializado para que atenda a necessidade do consumidor e ao mesmo tempo não emita resíduos que podem prejudicar o meio ambiente. Se as industrias que fabricam produtos que utilizam gases não se enquadrarem nas exigências do mercado internacional, elas não poderão exportar seus produtos e perderão mercado para outras industrias que possuem tecnologia de controle de qualidade de seus produtos.

Esse padrão absoluto para vazamentos e injeção controlada de gases nos permite fornecer uma vazão constante e conhecida baseada em primeiros princípios da termodinâmica. Com esse padrão podemos calibrar qualquer sistema de detecção de vazamentos ou medidores de vazão de gás, permitindo às indústrias terem certeza de que seus equipamentos estarão indicando valores confiáveis, para que com isso possam garantir que seus produtos e seus processos estão dentro dos valores aceitáveis de vazamentos.

2. Teoria física básica para a metrologia de pressão e vazão em vácuo.

O principal objetivo desta seção é introduzir e deduzir de forma rigorosa a Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento em Vácuo – E_{PBV}. Por meio da dedução pretendemos apresentar de forma clara como ocorre o processo de transporte de gases e vapores em baixas pressões. Estes conceitos são fundamentais Apresentaremos também as diversas fontes gasosas possíveis de ocorrência nos sistemas de vácuo e qual o papel do bombeamento, tanto da dependência das bombas de vácuo como das condutâncias da linha de transporte dos gases e vapores. Partiremos da suposição que a equação de estado dos gases ideais possa ser empregada para os gases rarefeitos, no caso, pressões abaixo da pressão atmosférica. Esta suposição é perfeitamente aceitável, uma vez que a densidade dos gases é pequena, tornando a distância média entre as moléculas suficientemente grandes. Este fato é experimentalmente bastante verificado, tanto para os gases – acima da temperatura crítica – como para os vapores que estão não saturados – abaixo da temperatura crítica.

Desta forma, a interação – de natureza elétrica – entre átomos e moléculas será importante somente nos choques delas entre si e com as paredes da câmara de vácuo e seus internos.
A equação dos gases perfeitos ou ideais, chamada de equação de *Clapeyron-Mendeleev*, é dada por $p\ V = n\ R\ T$, ou ainda, $p\ V = N\ k\ T$, onde p é a pressão, V é o volume disponível para as moléculas no recipiente – neste caso a câmara de vácuo –, n é o número de mols, R é a constante dos gases perfeitos, T é a temperatura absoluta, N é o número de moléculas e k é a constante de *Boltzmann*. Como exemplo de aplicação direta da equação de *Clapeyron-Mendeleev* citamos o método das expansões estáticas, usado extensamente na metrologia em vácuo, cuja base física está sustentada na lei de *Boyle-Mariotte*. Assim, apesar da sua grande simplicidade, a equação dos gases ideais ou perfeitos é bastante bem aplicável à tecnologia do vácuo.
Partindo da equação dos gases perfeitos, vamos derivar ambos os membros desta equação em relação ao tempo,

$$p\ V = N\ k\ T \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(p\ V\right) = \frac{d}{dt}\left(N\ k\ T\right) \Rightarrow \qquad \textbf{(1)}$$

$$p\ \frac{dV}{dt} + V\ \frac{dp}{dt} = k\ T\ \frac{dN}{dt} + k\ N\ \frac{dT}{dt}$$

Para a maior parte dos sistemas de vácuo, geralmente, a temperatura T e o volume V da câmara de vácuo são mantidos constantes, assim, a equação acima se reduz a

$$V\ \frac{dp}{dt} = k\ T\ \frac{dN}{dt} \qquad \textbf{(2)}$$

Importante notar que estamos assumindo explicitamente que a equação dos gases perfeitos pode ser aplicada para estados termodinâmicos de não-equilíbrio. Ao derivar a equação de estado em relação ao tempo, obtemos uma expressão que fornece explicitamente a variação da pressão com o tempo. Como sabemos, a termodinâmica clássica pressupõe estados de equilíbrio, mas admitindo que as variações de pressão em função do tempo sejam suficientemente lentas, ou seja, que podemos considerar as variáveis termodinâmicas mudando continuamente e passando por sucessivos estados de equilíbrio. Adotamos desta forma que é legítimo proceder com a derivação em relação ao tempo feita acima.

Devido ao movimento de translação dos átomos e moléculas, temos associado a esse movimento uma energia cinética. Há três graus de liberdade no movimento de translação, um para cada direção possível do movimento. Para cada grau de liberdade temos que a energia cinética média de translação é igual a $\frac{1}{2}\ k\ T$, resultado obtido do princípio de eqüipartição de energia. Desta forma, a energia cinética média de translação por molécula – E_{ECM} – é dada por $E_{ECM} = 3\left(\frac{1}{2}\ k\ T\right) = \frac{3}{2}\ k\ T$. Considerando N moléculas, a energia cinética média total de translação é igual a $E = N\ E_{ECM} = N\left(\frac{3}{2}\ k\ T\right) = \frac{3}{2}\ N\ k\ T$. Usando a equação dos gases perfeitos neste último resultado ficamos com $E = \frac{3}{2}\ N\ k\ T = \frac{3}{2}\ p\ V$.

Tomando a derivada em relação ao tempo da última expressão obtida, associamos a variação da energia cinética média total de translação à variação da pressão, assim temos, considerando o fato de estamos diante de um gás ideal, simplificação bastante fiel à situação encontrada em sistemas de vácuo,

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(N\ E_{ECM}\right) = E_{ECM}\ \frac{dN}{dt} = \frac{3}{2}\ k\ T\ \frac{dN}{dt} =$$
$$\frac{3}{2}\ V\ \frac{dp}{dt} \Rightarrow V\ \frac{dp}{dt} = \frac{2}{3}\ \frac{dE}{dt}.$$

Vamos considerar um sistema de vácuo com várias fontes de gases e vapores possíveis presentes na câmara de vácuo. As fontes de gases e vapores possíveis estão listadas a seguir: vazamento real, vazamento virtual, vaporização, sublimação, degaseificação, permeação, fonte gasosa da bomba de vácuo, gases e vapores de processo e injeção controlada de gases e vapores. Para cada uma dessas fontes gasosas associamos uma quantidade de moléculas, variando em função do tempo, alimentando a câmara de vácuo. Como conseqüência, a ação exclusiva destas fontes gasosas fará com que aumente a pressão na câmara de vácuo. Por outro lado, a ação das bombas de vácuo fará com que uma quantidade de gases e vapores seja removida da câmara de vácuo num certo intervalo de tempo.

Desta forma, podemos identificar três parcelas na equação que estabelece o balanço de número de moléculas, para um intervalo de tempo Δt, na câmara de vácuo. Temos a parcela relativa ao número de moléculas que alimenta a câmara de vácuo devido às fontes de gases e vapores, a parcela devida à variação de pressão na câmara de vácuo ou, posto de outra forma, a variação do número de moléculas na câmara de vácuo, e ainda, a parcela relativa ao número de moléculas removidas pela ação das bombas de vácuo. Esquematicamente, podemos representar as três partes da equação do balanço entre a variação do número de átomos e moléculas na câmara de vácuo, conforme mostrado na Figura 1

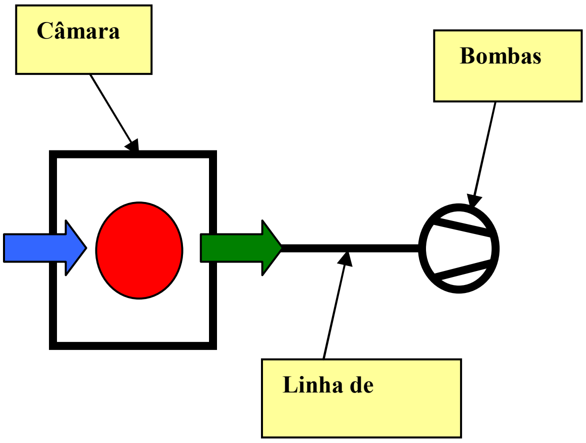

Figura 1. Configuração genérica de um sistema de vácuo. O processo de bombeamento em tecnologia do vácuo considera três partes principais: a quantidade gasosa sendo bombeada pelas bombas de vácuo – seta verde –, a quantidade gasosa devido as fontes gasosas que alimentam a câmara de vácuo – seta azul –, e a variação de pressão na câmara de vácuo – círculo vermelho.

Matematicamente escrevemos o balanço – a variação – do número de moléculas, ocorrendo em um intervalo de tempo Δt, na câmara de vácuo da seguinte forma $\Delta N_{CV} = \Delta N_{FGV} - \Delta N_{BV}$,onde, ΔN_{CV} é a variação do número de moléculas na câmara de vácuo, ΔN_{FGV} é o número de moléculas que alimenta a câmara de vácuo e ΔN_{BV} é o número de moléculas removida pelas bombas de vácuo, para todos eles no intervalo de tempo Δt. No caso do número de moléculas relativo à totalidade das fontes dos gases e vapores ΔN_{FGV}, podemos considerar o número de moléculas que alimenta a câmara de vácuo no intervalo de tempo Δt, para cada particular tipo de fonte gasosa. Assim

$$\Delta N_{FGV} = \Delta N_{VR} + \Delta N_{VV} + \Delta N_{Vap} + \Delta N_{Sub} +$$

$$+ \Delta N_{Deg} + \Delta N_{Perm} + \Delta N_{FBV} + \Delta N_{GP} + \Delta N_{IC}$$

onde,

- ΔN_{VR} é o número de moléculas que alimenta a câmara de vácuo, no intervalo de tempo Δt, devido ao vazamento real,

- ΔN_{VV} ao vazamento virtual,

- ΔN_{Vap} à vaporização,

- ΔN_{Sub} à sublimação,
- ΔN_{Deg} à degaseificação,
- ΔN_{Perm} à permeação,
- ΔN_{FBV} à fonte gasosa da bomba de vácuo,
- ΔN_{GP} aos gases e vapores de processo e
- ΔN_{IC} à injeção controlada de gases e vapores.

No caso da variação do número de moléculas na câmara de vácuo ΔN_{CV}, ocorrendo num intervalo de tempo Δt, podemos escrever considerando a temperatura constante, a partir da equação dos gases perfeitos para o volume da câmara de vácuo V_{CV}

$$V_{CV}\ p_{CV} = N_{CV}\ k\ T \ \Rightarrow\ V_{CV}\ \Delta p_{CV} \ = \ \Delta N_{CV}\ k\ T$$

$$\Rightarrow V_{CV}\ \Delta p_{CV} = \left(\Delta N_{FGV} - \Delta N_{BV}\right)\ k\ T \ =$$

$$= \Delta N_{FGV}\ k\ T\ - \Delta N_{BV}\ k\ T\ .$$

Fazendo uso da expressão explicitas das fontes dos gases e vapores, a equação acima fica, partindo da equação dos gases perfeitos,

$$V_{CV}\ \Delta p_{CV} =$$

$$= \left(\Delta N_{VR} + \Delta N_{VV} + \Delta N_{Vap} + \Delta N_{Sub} + \Delta N_{Deg} + \Delta N_{Perm}\right) k\ T\ +$$

$$+ \left(\Delta N_{FBV} + \Delta N_{GP} + \Delta N_{IC}\right) k\ T - \Delta N_{BV}\ k\ T$$

Assim, temos a expressão que relaciona a variação de pressão na câmara de vácuo com a variação do número de moléculas alimentando a câmara de vácuo, e ainda, relacionando ao número de moléculas removidas pelas bombas de vácuo.

Dando continuidade, definimos a grandeza $Q' \equiv \dfrac{dN}{dt}$. Ela expressa a variação do número de moléculas na câmara de vácuo, no tempo. Como $p\ V = N\ k\ T$, temos que

$$N = \frac{p\ V}{k\ T}$$

Assim,escrevemos

$$Q' = \frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{p\ V}{k\ T}\right) = \frac{1}{k\ T}\ \frac{d}{dt}\left(p\ V\right),$$

considerando a temperatura constante. Admitindo que o volume não varie no tempo, temos $Q' = \dfrac{1}{k\ T}\ V\ \dfrac{dp}{dt}$.
Como obtido anteriormente, sabemos que

$$\frac{dE}{dt} = \frac{3}{2}\ k\ T\ \frac{dN}{dt} = \frac{3}{2}\ V\ \frac{dp}{dt}\ \Rightarrow\ V\ \frac{dp}{dt} = \frac{2}{3}\ \frac{dE}{dt}\ .$$

Portanto, $Q' = \frac{2}{3} \frac{1}{k\,T} \frac{dE}{dt}$. Definimos agora a grandeza *throughput* como sendo

$$Q \equiv k\ T\ Q'.$$

Desta forma, encontramos

$$Q = \frac{2}{3} \frac{dE}{dt},$$

ou seja, verificamos que o *throughput* é igual a dois terços da variação no tempo da energia cinética média do movimento de translação das moléculas na câmara de vácuo. Como forma alternativa, assumida em alguns textos, o *throughput* é definido de partida como sendo

$$Q \equiv k\ T\ \frac{dN}{dt},$$

levando aos mesmos resultados obtidos pela outra definição.

O *throughput* é uma grandeza que depende da variação no tempo do número de moléculas, digamos, em uma câmara de vácuo, ou ainda, que cruza uma determinada seção transversal de um tubo. O *throughput* também depende da temperatura. A maneira como ele é definido, à primeira vista, pode parecer trazer alguma dificuldade na identificação do número de moléculas variando no tempo em certa região do sistema de vácuo, uma vez que devemos precisar a temperatura do gás. Isto é um fato, devemos conhecer a temperatura. Por outro lado, uma vez conhecida a temperatura, podemos encontrar o número de moléculas variando no tempo. Um aspecto importante, e que não é obvio à primeira vista, refere-se a interpretação física da grandeza *throughput*.

Como dissemos, ela é dois terços da variação no tempo da energia cinética média de translação das moléculas. Assim, podemos interpretar que, durante o processo de bombeamento nos sistemas de vácuo, estamos determinando a vazão de energia cinética média de translação das moléculas! Vemos que a unidade do *throughput* é energia na unidade de tempo, ou seja, potência. Como as moléculas estão em constante movimento de translação, elas têm energia cinética correspondente a esse movimento, assim, a evolução temporal da pressão nos sistemas de vácuo pode ser modelada e interpretada como sendo um processo de balanço de energia cinética devido ao movimento dos átomos e moléculas presentes no sistema de vácuo.

Do ponto de vista conceitual, estamos procurando obter uma relação para o transporte dos gases e vapores no sistema de vácuo. Vemos que construímos uma expressão baseada no princípio de conservação de energia. Ainda, além de considerações formais, por meio do procedimento estabelecido, poderíamos considerar o transporte de gases e vapores em sistemas de vácuo com partes apresentando diferentes temperaturas. A definição da grandeza throughput leva a essa possibilidade.

A expressão a seguir é particularmente importante para os sistemas de vácuo com vários tipos de fontes de gases e vapores presentes, em especial para as situações com injeção controlada de gases e vapores.

Continuando, podemos reescrever a equação que relaciona a variação de pressão na câmara de vácuo, com a variação do número de moléculas alimentando a câmara de vácuo, e ainda, o efeito das bombas de vácuo, para um dado intervalo de tempo Δt. Como

$$\begin{aligned} & V_{CV}\ \Delta p_{CV} = \\ & = k\ T\ \left(\Delta N_{VR} + \Delta N_{VV} + \Delta N_{Vap} + \Delta N_{Sub}\right) + \\ & + k\ T\ \left(\Delta N_{Deg} + \Delta N_{Perm} + \Delta N_{FBV} + \Delta N_{GP} + \Delta N_{IC}\right) \\ & - k\ T\ \Delta N_{BV} \end{aligned}$$

explicitando, vamos considerar o seguinte comentário: para cada um dos *throughputs* envolvidos na expressão acima, após considerarmos a divisão em ambos os membros da equação algébrica pelo intervalo de tempo Δt, antes disso temos a expressão multiplicada por kT e ela toma a forma mostrada a seguir, a expressão matemática seguinte tem importância muito grande, em particular o tempo referente a injeção controlada de gases e vapores. Ela pode ser usada em nos sistemas de vácuo que operam junto com o arranjo experimental proposto para a determinação de *throughputs* experimentalmente considerados. Assim, temos a expressão:

$$
\begin{aligned}
V_{CV}\ \Delta p_{CV} = \\
&= k\ T\ \Delta N_{VR} + k\ T\ \Delta N_{VV} + k\ T\ \Delta N_{Vap} + \\
&+ k\ T\ \Delta N_{Sub} + k\ T\ \Delta N_{Deg} + k\ T\ \Delta N_{Perm} + \\
&+ k\ T\ \Delta N_{FBV} + k\ T\ \Delta N_{GP} + k\ T\ \Delta N_{IC} \\
&- k\ T\ \Delta N_{B.V}\,.
\end{aligned}
$$

Vamos considerar, nesta última equação, as parcelas variando na unidade de tempo, desta forma, dividimos por Δt. Para a análise de sistemas de vácuo voltados à metrologia o estudo referente a identificação das várias fontes possíveis de gases e vapores é fundamental, e por que não dizer crucial, para a determinação da faixa de validade de um certo arranjo experimental. Por exemplo, no caso do método de expansão estática dos gases, o limite inferior de determinação de pressão está intimamente ligado ao fato de a fonte de gás devido a degaseificação das paredes da câmara de expansão do gás perfeito ser da ordem de grandeza da quantidade de gás remanescente da expansão do gás.

Desta forma um estudo da fonte de gás devido a degaseificação. Considerando a última expressão, ficamos com a seguinte equação mais apropriada:

$$
\begin{aligned}
V_{CV}\ \frac{\Delta p_{CV}}{\Delta t} = \\
&= k\ T\ \frac{\Delta N_{Vr}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{VV}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{Vap}}{\Delta t} + \\
&+ k\ T\ \frac{\Delta N_{Sub}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{Deg}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{Perm}}{\Delta t} + \\
&+ k\ T\ \frac{\Delta N_{FBV}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{GP}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{IC}}{\Delta t} \\
&- k\ T\ \frac{\Delta N_{B.V}}{\Delta t}\,.
\end{aligned}
$$

Considerando agora o limite para $\Delta t \rightarrow 0$, temos a equação diferencial ordinária de primeira ordem – na variável independente tempo *t* – que rege o processo de bombeamento de sistemas de vácuo, considerando todas possíveis fontes de gases e vapores que podem ser encontradas nos casos prático. Cabe mencionar que na maioria dos casos é uma equação diferencial não linear,

$$V_{CV}\ \frac{dp_{CV}}{dt} =$$

$$= k\ T\ \frac{dN_{Vr}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{VV}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{Vap}}{dt} +$$

$$+ k\ T\ \frac{dN_{Sub}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{Deg}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{Perm}}{dt} + \qquad \textbf{(3)}$$

$$+ k\ T\ \frac{dN_{FBV}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{GP}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{IC}}{dt}$$

$$- k\ T\ \frac{dN_{B.V}}{dt}.$$

Identificamos, para cada uma das parcelas do segundo membro como sendo os *throughputs* relativos às fontes dos gases e vapores e a última parcela como sendo o *throughput* bombeado pelas bombas de vácuo. Reescrevendo a última equação diferencial, a equação 3, de forma mais compacta, temos

$$V_{CV}\ \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = Q_{VR} + Q_{VV} + Q_{Vap} + Q_{Sub} + Q_{Deg} +$$

$$+ Q_{Perm} + Q_{FBV} + Q_{GP} + Q_{IC} - k\ T\ \frac{dN_{BV}(t)}{dt} \Rightarrow \qquad \textbf{(4)}$$

$$V_{CV}\ \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -k\ T\ \frac{dN_{BV}(t)}{dt} + \sum_{i=1}^{n} Q_i,$$

onde,

- Q_{VR} é o *throughput* devido ao vazamento real,
- Q_{VV} ao vazamento virtual,
- Q_{Vap} à vaporização,
- Q_{Sub} à sublimação,
- Q_{Deg} à degaseificação ou desgaseificação,
- Q_{Perm} à permeação,
- Q_{FBV} à fonte gasosa da bomba de vácuo,
- Q_{GP} aos gases e vapores de processo, e
- Q_{IC} à injeção controlada de gases e vapores.

Desta maneira podemos expressar a equação 4 em sua forma mais apropriada à tecnologia do vácuo e também para muitos propósitos voltados à metrologia em vácuo. Vemos assim a equação 5 mostrada a baixo, sendo S_{ef} a velocidade efetiva de bombeamento.

$$V_{CV}\ \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} \cdot p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^{n} Q_i \qquad \textbf{(5)}$$

A definição de *Sef* é dada pela seguinte expressão:

$$\frac{1}{S_{ef}} = \frac{1}{S_{BV}} + \frac{1}{C_{Total}} \quad \Rightarrow \quad S_{ef} = \frac{S_{BV} \cdot C_{Total}}{S_{BV} + C_{Total}}$$

sendo que S_{BV} é velocidade de bombeamento da bomba de vácuo e C_{Total} é a condutância total da linha de bombeamento que conecta a bomba de vácuo à câmara de vácuo.

Desta forma podemos modelar o sistema de vácuo, inclusive aqueles de interesse à metrologia por meio da expressão mostrada na equação 5. Estamos diante de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem, sendo que para muitos casos de interesse ela é não linear, uma vez que a condutância e a velocidade de bombeamento da bomba de vácuo são representadas por funções que dependem da pressão.

A modelagem dos sistemas de vácuo de interesse à metrologia deve ser feita em duas vertentes. Na primeira, devemos conhecer suas características básicas, por exemplo, saber como a pressão varia com as grandezas relevantes do sistema de vácuo. Na segunda vertente deveremos conhecer os limites de aplicação do sistema de vácuo metrológico. Desta forma poderemos ver se é possível interferir junto ao sistema de vácuo para procurar melhorar as condições do sistema de vácuo e tentar obter uma melhoria do ponto de vista metrológico. Por exemplo, no caso do sistema de vácuo para a metrologia de pressão pelo método de expansão estática, a última expressão pode ser usada para determinar principalmente o efeito da degaseificação no limite de funcionamento do arranjo experimental.

Ainda, este mesmo estudo certamente será importante para considerar a metrologia voltada à determinação da taxa de degaseificação de materiais em vácuo. Este último dado é fundamental para o projeto de sistemas de alto-vácuo e de ultra alto-vácuo.

3. Métodos e arranjos experimentais

Esse padrão é constituído por cinco reservatórios de volume variável, acoplado a um sistema de controle de fluxo de gás, incluindo um capilar variável na saída de injeção de gás do equipamento e dois medidores de pressão do tipo coluna de mercúrio.

Devido a melhoramentos no projeto para a diminuição de vazamentos e aumento na precisão das medições, tivemos a necessidade de automatizar todo o sistema, adicionando ao projeto um sistema mecânico de movimentação linear totalmente produzido pelo Laboratório de Tecnologia do Vácuo – LTV –, acionado por motores de passo e controlados por um dispositivo eletrônico e lógico de controle (DELC).

O movimentador linear acoplado à parede do reservatório varia de forma constante o seu volume e obtendo o intervalo de tempo em que ocorreu essa variação de volume, mantendo a pressão constante, temos o valor de vazão de gás oferecido durante essa ação, pela equação 1, obtida por meio dos seguintes desdobramentos:

$$\frac{d}{dt}\left(V_{CV} \cdot p_{CV}\right) = \frac{d}{dt}\left(n_{CV} \cdot R \cdot T\right) \Rightarrow$$

$$Q_{Thoughput} = R \cdot T \frac{d}{dt} n_{CV}(t) = p_{CV} \cdot \frac{dV_{CV}(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$Q_{Thoughput} = k \cdot T \frac{d}{dt} N_{CV}(t) = p_{CV} \cdot \frac{dV_{CV}(t)}{dt}$$

Devido ao fato de trabalharmos com valores mensuráveis, durante a real utilização do equipamento, reescrevemos a última equação da seguinte forma:

$$Q \equiv \frac{\Delta(V\,.\,P)}{\Delta t} = V.\frac{\Delta P}{\Delta t} + P.\frac{\Delta V}{\Delta t} \qquad \textbf{(6)}$$

A Figura 2a é referente ao desenho mostrando o detalhe do sistema de propulsão das seringas de injeção, que são os volumes variáveis. Na Figura 2b temos o desenho completo do projeto, mostrando como ficará depois de sua construção.

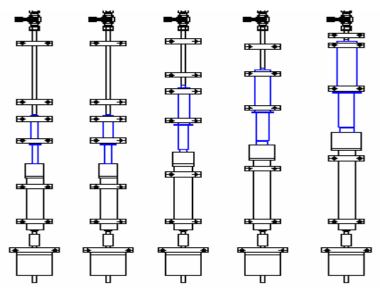

Figura 2a. Projeto final do Padrão para Vazamentos e Injeção Controlada de Gases automatizado (PVICG). Detalhe do sistema de propulsão dos volumes variáveis – motores de passo e movimentadores e também as seringas de injeção que são os volumes variáveis.

Na figura abaixo vemos as partes que compõe o arranjo experimental do padrão absoluto de vazão. Temos que a vazão será função da variação do volume da seringa de injeção no tempo multiplicada pela pressão no volume em questão. Na expressão 6, neste caso, teremos que a pressão deverá ser mantida constante, desta forma, a expressão da vazão – ou throughput – será escrita como

$$Q \equiv \frac{\Delta(V\,.\,P)}{\Delta t} = V.\frac{\Delta P}{\Delta t} + P.\frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow$$

considerando a pressão constante,

$$Q \equiv P.\frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Assim, vemos na Figura 2b o desenho de conjunto do arranjo experimental proposto.

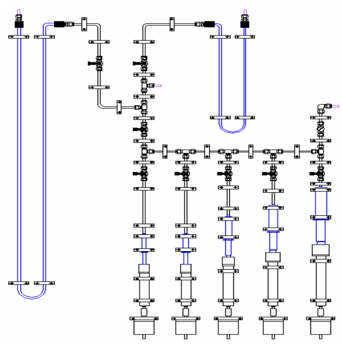

Figura 2b. Projeto final do Padrão para Vazamentos e Injeção Controlada de Gases automatizado (PVICG)

Na Figura 3, vemos o diagrama de bloco das partes que compõe o arranjo experimental do padrão absoluto de vazão, mostrado no desenho acima. Retornando a questão da equação 6, temos que a vazão será função da variação do volume da seringa de injeção no tempo multiplicada pela pressão no volume. Deveremos ajustar a válvula agulha de forma a ter uma vazão escolhida pelo operador, conforme a sua necessidade, mantida a temperatura também constante.

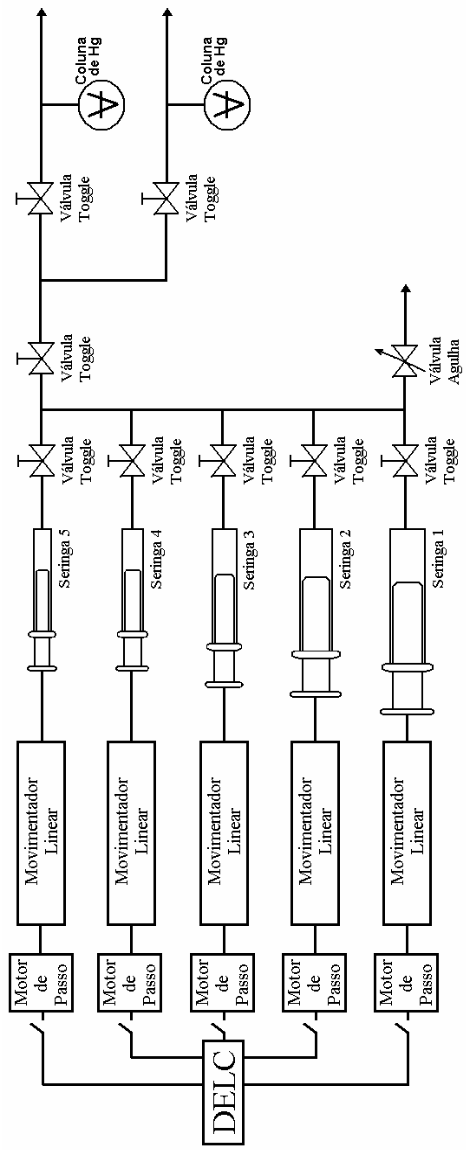

Figura 3. Diagrama de blocos do PVICG

Técnicas empregadas para diminuição de vazamentos

- Vedação de Mercúrio nas seringas;
- Testes com os êmbolos revestidos com silicone;
- Testes com os êmbolos revestidos com óleo de baixa viscosidade, e
- Isolação individual das seringas por meio de um novo projeto de sistema de controle de fluxo de gás.

Projeto do Sistema Mecânico

Esse primeiro protótipo mostrado na figura 4 é constituído de um tubo de alumínio, com uma fenda de abertura que funciona como guia. No seu interior existe uma barra roscada presa por dois rolamentos nas suas extremidades.

Figura 4. Primeiro protótipo de movimentador linear

A figura 5 mostra o segundo protótipo de movimentador linear. Esse projeto foi escolhido para ser aplicado ao PVICG devido ao seu melhor desempenho e precisão conseguidas nos testes realizados no LTV, sendo ao mesmo tempo, mais simples, confiável e de mais fácil usinagem com relação ao primeiro.

Figura 5. Protótipo aprovado para utilização no PVICG

Projeto do Dispositivo Eletrônico e Lógico de Controle (DELC).

Este sistema é composto por um microcontrolador 8051, que permite controlar o sentido e a velocidade de rotação do motor de passo, permitindo com isso obter diferentes valores de vazão de gás, inclusive se mostrou eficiente com relação a baixas vazões.

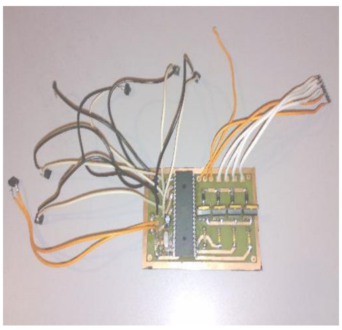

Figura 6. Dispositivo Eletrônico e Lógico de Controle (DELC)

Realizamos medições no Padrão para Vazamentos e Injeção Controlada de Gases atualmente em funcionamento no LTV, de forma manual, ou seja, por meio de pesos para fazer a movimentação do êmbolo da seringa. O equipamento em que foram realizadas essas medições pode ser visto na Figura 7.

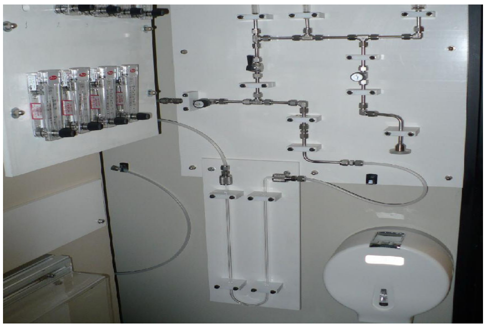

Figura 7. Padrão para vazamentos em que foram realizadas as medições para comprovar a sua eficiência.

Essas medições têm o intuito de provar por meio de primeiros princípios a eficiência desse padrão absoluto para vazamentos. Esse padrão tem como objetivo oferecer um fluxo constante de gás na saída de injeção de gases do sistema. Para isso devemos garantir que o sistema não possua nenhum outro ponto de escoamento de gases a não ser esse ponto na saída de injeção de gases, ou seja, com esse teste queremos provar que o sistema não possui vazamentos e que todo o gás que estava presente no interior da seringa foi totalmente transferido para o resto do sistema, fazendo então com que ocorra o aumento de pressão.

Nesse teste foram feitas diferentes variações de volume da seringa, ou seja, foram injetadas diferentes quantidades de gás no sistema. Com a injeção de gás no sistema, ocasionará um aumento da pressão e conhecendo os valores de volume inicial e final e os valores de pressão inicial e final, podemos verificar se o padrão está atendendo a equação de *Boyle-Mariotte.*

Portanto nos baseamos na lei de *Boyle-Mariotte* para essa medição, mostrada na Figura 8.

$$P_i V_i = P_f V_f \qquad \textbf{(7)}$$

<u>Verificação da Lei de Boyle-Maritotte</u>

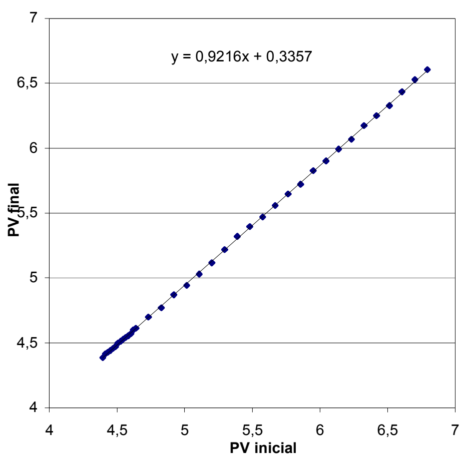

Figura 8. Gráfico da lei de Boyle-Mariotte baseado em valores de volume interno da tubulação medidos de forma manual

Podemos comprovar que o sistema está de acordo com a lei de Boyle, pois a curva do gráfico da Figura 8 possui uma inclinação próxima de 45°, ou seja y(x) = x, portanto $P_i V_i = P_f V_f$.
Como pode ser observada, a linha de tendência para os pontos da tabela gerou uma curva que atende a expressão 8:

$$y_1(x) = 0{,}9216.x + 0{,}3357 \qquad \textbf{(8)}$$

Essa equação mostra um pequeno erro, onde os valores de y serão sempre menores que os valores x, partindo da pressão atmosférica como pressão inicial, ou seja, PV final será sempre menor que PV inicial.

À primeira vista pode parecer que se PV final é menor que PV inicial, esse fato se deve a algum vazamento no sistema, sendo que é exatamente isso que queremos provar que não existe nesse projeto.
Se alguma quantidade de gás saiu por um suposto vazamento no sistema, a pressão deverá baixar resultando em um valor menor de pressão final, fazendo com que o valor de PV final também seja menor, explicando esse resultado obtido.

Mas como a equação de Boyle não possui apenas a variável pressão, mas possui também a variável volume, poderia ser a questão da capacidade exata de determinação do volume interno do sistema a resposta para esses resultados.
Então foi proposta a determinação do volume interno do PVICG da seguinte forma, a partir da lei de *Boyle-Mariotte*

$$P_i V_i = P_f V_f \qquad \textbf{(9)}$$

$$P_i (V_S + V_T) = P_f (V_T + V_C) \qquad \textbf{(10)}$$

Sendo:

V_S – Volume interno da seringa em funcionamento.
V_T – Volume interno da tubulação do sistema.
V_C – Volume interno da região em que ocorreu a variação de altura da coluna de mercúrio após a injeção de gás.

Podemos com isso fazer os seguintes desdobramentos:

$$P_i V_S + P_i V_T = P_f V_T + P_f V_C$$

$$P_i V_S - P_f V_C = P_f V_T - P_i V_T$$

$$P_i V_S - P_f V_C = V_T (P_f - P_i)$$

$$V_T = \frac{P_i V_S - P_f V_C}{(P_f - P_i)}$$

Sendo que finalmente chegamos à seguinte expressão,

$$V_T = \frac{P_{atm} V_S - P_f V_C}{(\Delta P)} \qquad \textbf{(11)}$$

Dessa forma, partindo dos valores obtidos nas medições podemos fazer a determinação do volume do sistema de forma muito mais precisa por meio da equação 11, pois temos o valor de pressão inicial, que é a pressão atmosférica, temos o valor dos volumes internos da seringa em questão e da região do tubo U onde variou a coluna de mercúrio, que são de fácil obtenção, juntamente com o valor da pressão final acusada na coluna de mercúrio.

Com esse novo método de obtenção de volume conseguimos obter o volume interno do sistema a cada medida realizada. Calculamos então o V_T médio, e assim obtendo um valor de volume interno muito mais preciso do que o medido inicialmente, permitindo traçar então um novo gráfico da lei de *Boyle-Mariotte,* mostrado na Figura 9.

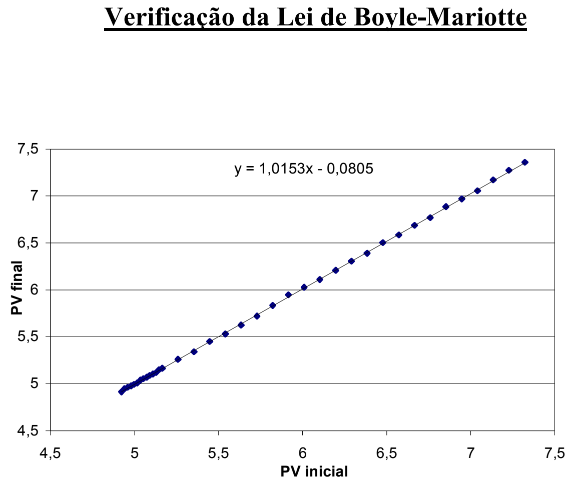

Figura 9. Gráfico da lei de Boyle-Mariotte baseado no novo valor de volume interno do PVICG, que é a média dos valores de V_T a cada medição realizada

Agora a curva de tendência da Figura 9 está muito mais próxima de 45°, ou seja y(x) = x, portanto

$$P_i V_i = P_f V_f \, .$$

Como pode ser observada, a linha de tendência para os pontos da tabela gerou uma curva que atende a equação 12:

$$y_2(x) = 1{,}0153x + 0{,}0805 \qquad \textbf{(12)}$$

A equação 12 mostra que o erro diminuiu muito em comparação com a equação 8, isso explica que essa pequena variação não se trata de um vazamento e sim da capacidade de determinação exata do volume interno do sistema.

4. Conclusão.

O equipamento foi todo projetado incluindo novas técnicas desenvolvidas e adicionadas no projeto do PVICG para a diminuição de vazamentos para que com isso ocorra o aumento na precisão das medições, fazendo desse modo o aprimoramento do projeto. Foram feitos também melhoramentos em toda disposição do equipamento, para uma melhor utilização por parte do usuário.

Com o sistema pronto, passamos para a parte de automatização do PVICG. Decidimos utilizar motores de passo para fazer o controle de variação de volume da seringa por causa da boa precisão que esse tipo de motor oferece e por esse motivo tivemos a necessidade de utilizar um sistema de controle desses motores que intitulamos de DELC que nos permitisse uma variação de velocidade desses motores conforme o desejado, possibilitando o equipamento trabalhar com um amplo range de vazões, inclusive baixas vazões de gás. O DELC construído funcionou de acordo com as simulações realizadas em softwares.

Como esses motores oferecem um movimento rotacional, tivemos a necessidade de projetar ainda um outro sistema que transformasse esse movimento rotacional em linear. Projetamos dois tipos diferentes de movimentadores lineares que passaram por vários testes no LTV, sendo escolhido o segundo protótipo devido aos seus melhores resultados apresentados em todos os testes.

As técnicas empregadas para a diminuição de vazamentos foram testadas com sucesso, sendo os mesmos praticamente eliminados, aumentando assim a precisão das medições e a confiabilidade das calibrações obtidas por esse padrão, sendo esse assunto fundamental na área de metrologia.

Os trabalhos foram feitos para a indústria, uma vez que identificamos a necessidade de existir no Brasil uma bancada capaz de determinar baixas vazões, sendo os padrões de vazamentos os mais promissores mercados imediatos. No caso deste trabalho em particular, a Resil Comercial e Industrial Ltda. financiou os arranjos experimentais. Esperamos estar criando no Brasil uma competência na área de metrologia em vácuo e ainda almejamos conquistar os certificados de qualidade a fim de nos tornar uma referência nacional na área. Cabe uma vez mais agradecer as empresas Resil Comercial Industrial Ltda. e PV-PrestVácuo Ltda. pelo financiamento deste trabalho. Agradecimento também deve ser feito ao CNPq pela bolsa Pibic para o estudante Hermes Santana Neves.

Referências gerais.

[1] Berman, A., Total Pressure Measurements in Vacuum Technology. 1985. Academic Press.
[2] Degasperi, F.T., "Modelagem e Análise Detalhadas de Sistemas de Vácuo". Dissertação de Mestrado apresentada na Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – FEEC da Unicamp, Campinas, SP, Brasil, 2002.
[3] Degasperi, F.T., "Contribuições para Análise, Cálculo e Modelagem de Sistemas de Vácuo". Tese de Doutorado apresentada na Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – FEEC da Unicamp, Campinas, SP, Brasil, 2006.
[4] Degasperi, F.T., Relatórios de Trabalho do Laboratório de Tecnologia do Vácuo – LTV – da Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC-SP, São Paulo, SP, Brasil e da junto a Resil Comercial e Industrial Ltda., 2003 a 2006. Atividades em conjunto com a empresa PV-PrestVácuo Ltda.[5] Sparapani, D.C. Trabalho de Graduação. TCC do Curso de Materiais, Processos e Componentes Eletrônicos – MPCE.

- Anexo D -

Determinação de Throughput para Medidores de Vazão de Gases para Sistemas de Vácuo

In: Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência - CBRAVIC, 2006, Itatiba

DETERMINAÇÃO DE *THROUGHPUT* PARA MEDIDORES DE VAZÃO DE GASES PARA SISTEMAS DE VÁCUO

Ricardo Cardoso Rangel[1]; Alexandre Candido de Paulo[2], Francisco Tadeu Degasperi[1]

[2] *Faculdade de Tecnologia de São Paulo – Fatec-SP – CEETEPS – UNESP – São Paulo – SP – Brasil*

[1] *Cenpra – Centro de Pesquisa Renato Archer – Ministério de Ciência e Tecnologia – MCT – Campinas – SP*

e-mail :ftd@fatecsp.br

1. Introdução

No Laboratório de Tecnologia do Vácuo–LTV–da Fatec-SP são realizadas medições de fluxo de gases em medidores de vazão utilizados em sistemas de vácuo em geral, cobrindo desde o pré-vácuo até o alto-vácuo. Os medidores mais utilizados nesta área são o rotâmetro e o medidor de fluxo de massa térmico, mais conhecido pelo seu nome em inglês, *Mass Flow Meter - MFM*. Esses sensores de pressão são utilizados tanto em processos industriais como em pesquisas básicas e aplicadas. Estes medidores e controladores de fluxo de gases têm exatidão de 10% a 1% de seu fundo de escala e com tempo de resposta de menor que 2 segundos para o caso do *MFM*. Neste trabalho mostramos as medições feitas com os medidores da marca *MKS* com fundos de escala de 100 e 500 sccm – 1 sccm equivale a $1{,}267 \times 10^{-2}$ $torr.l.s^{-1}$. As determinações de fluxo de gases, que devem ser realizadas periodicamente com a finalidade de rastrear os medidores, são em geral feitas no exterior. Isto demanda um custo apreciável de um equipamento novo. Neste sentido, esperamos que as medições realizadas no LTV sejam uma alternativa metrológica à tarefa de rastrear medidores de fluxo de gás.

2. Método Experimental

As bases físicas da medição de fluxo de gases, utilizadas no LTV, é bastante simples. O gás que passa pelo medidor irá descarregar em uma câmara de vácuo, cuja pressão inicial é da ordem de 10^{-2} torr. Por meio de um medidor de pressão direto ou absoluto – utilizamos uma coluna de mercúrio – medimos a variação de pressão no tempo na câmara de vácuo. O *throughput* de gás que chega à câmara de vácuo de descarga é calculado considerando a equação dos gases perfeitos. As medições foram realizadas em temperatura constante de (293±2) K, em que verificamos para o N_2 o comportamento de um gás ideal. Realizamos as medições de *throughput* para três pressões de entrada no medidor de fluxo de gás[1].

3. Resultados e Discussões

Com o arranjo experimental baseado no comportamento dos gases perfeitos, como visto na Figura 1, conseguimos determinar valores de *throughput* de N_2 desde 20 sccm até 320 sccm. Foram submetidos à medição dois medidores de fluxo de gás. Os resultados mostraram ser de qualidade dentro do necessário para muitas tarefas, com as incertezas

Na Figura 1 vemos o arranjo experimental para a medição de vazão ou *throughput* e na Figura 2 a curva linear ajustada a partir dos pontos experimentais obtidos.

Figura 1 – Arranjo experimental

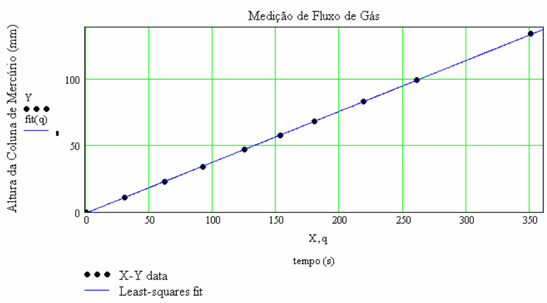

Figura 2 – Variação da pressão na câmara de vácuo no tempo

4. Conclusões

Podemos concluir, que o LTV está preparado para realizar calibrações em equipamentos de medição de fluxo de massa – MFM.

5. Referências

[1] Degasperi, F. T., Paulo, A. C. de, Medição de *Throughput* em Medidores de Fluxo de Massa Térmico para Processos em Vácuo, ENQUALAB 2006 - Congresso e Feira da Qualidade em Metrologia, 2006.

Agradecimentos

Agradecimentos às empresas PV-PrestVácuo Ltda e Acatec Ltda e ao Prof. Dr. Luis da Silva Zambom.

- Anexo E -

Determinação Experimental de Taxa de Degaseificação de Materiais em Vácuo

In: 10º Simpósio de Iniciação Científica e Tecnológica - 10º SICT- FATEC-SP, 2008, São Paulo.

Boletim Técnico FATEC-SP, 2008.

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DE TAXA DE DEGASEIFICAÇÃO DE MATERIAIS EM VÁCUO

Vitor Massakatsu Iketani1, Katia Akie Ikedo2 e Francisco Tadeu Degasperi3
Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC-SP – CEETEPS – UNESP – São Paulo – SP
ftd@fatecsp.br

1. Introdução

Todo material exposto à pressão atmosférica é suscetível a absorver e adsorver gases provenientes do meio em que ela se encontra. Em vácuo, esses gases e vapores tendem a se libertar. A este fenômeno, chamase degaseificação. Num sistema de vácuo, existem fontes de gases e vapores provenientes das superfícies dos materiais do sistema que limitam a menor pressão atingida. É de extrema importância na modelagem desses sistemas de vácuo o conhecimento dessas fontes de gases e vapores, principalmente nos projetos que envolvem alto-vácuo e ultra alto-vácuo. A degaseificação é a fonte gasosa intrínseca a natureza mais comum nos sistemas de vácuo. Este trabalho tem como objetivo principal de montar um arranjo experimental capaz de determinar taxas de degaseificação de materiais expostos ao vácuo.

2. Parte Experimental

Em toda aparelhagem de vácuo, os materiais a escolher devem satisfazer alguns critérios básicos para a sua construção. Dentre elas, baixa capacidade de degaseificação, baixa permeabilidade aos gases e vapores, baixa tensão de vapor, elevada resistência à corrosão e elevada resistência mecânica, que são as principais características básicas para que não influencie no bom desempenho de um sistema de vácuo. Para possibilitar o estudo e a medida de taxa de degaseificação específica de materiais em vácuo, foi projetado e montado conforme esses critérios um sistema de vácuo (Figura 1) composto por uma bomba mecânica, turbomolecular, medidores de pressão e analisador de gases residuais para acompanharmos a evolução dos gases e vapores presentes na câmara de vácuo.

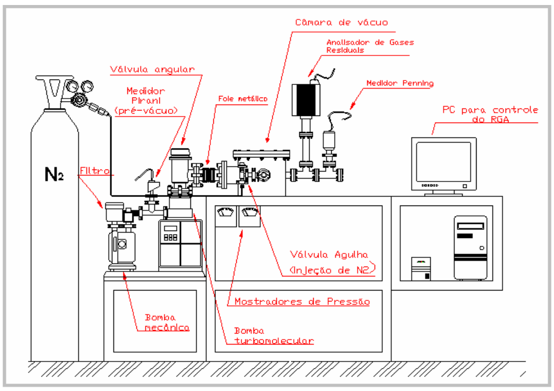

Figura 1 – Desenho geral do arranjo experimental montado.

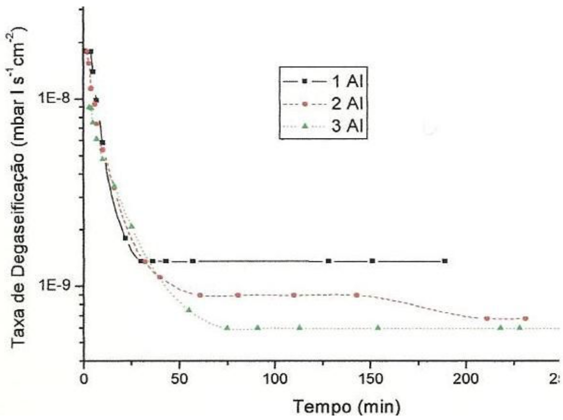

Figura 2 – Gráfico da queda de pressão em função do tempo com diferentes quantidades de alumínio.

4. Conclusões

De uma forma geral, através desse arranjo experimental temos plenamente condições de determinar taxas de degaseificação específica de materiais, possibilitando o estudo e a análise desse fenômeno em processos, materiais e dispositivos fabricados. A taxa de fluxo de massa (“throughput”) do gás devido a degaseificação das amostras colocadas na câmara de alto-vácuo podem ser calculadas pela elevação da pressão na câmara de vácuo.

5. Referências

[1] Francisco Tadeu Degasperi, Modelagem e Análise Detalhadas de Sistemas de Vácuo, Tese de Mestrado, FEEC – Unicamp, 2002.

Agradecimentos

Ao CNPq pela concessão da bolsa Pibiq e à empresa PV-PrestVácuo Ltda. pelo financiamento de parte da pesquisa.
1,2 - Aluno de Iniciação Científica da CNPq

- Anexo F -

Aprimoramento da Montagem, Calibração e Operação do Medidor Padrão de Vácuo McLeod

In: Enqualab-2009 - Congresso da Qualidade em Metrologia, 2009, São Paulo.

APRIMORAMENTO DA MONTAGEM, CALIBRAÇÃO E OPERAÇÃO DO MEDIDOR PADRÃO DE VÁCUO *McLeod.*

ENQUALAB-2009 – Congresso e Feira da Qualidade em Metrologia
Rede Metrológica do Estado de São Paulo - REMESP
01 de junho a 04 de junho de 2009, São Paulo, SP, Brasil
Leonardo Gimenes Sgubin[1], Carolina C. Previdi Nunes[2] e Francisco Tadeu Degasperi[1]

[1] Faculdade de Tecnologia de São Paulo – FATEC-SP – CEETEPS – UNESP – São Paulo [2] Instituto de Física da Universidade de São Paulo – São Paulo – SP

ftd@fatecsp.br – Tel.11-3322-2253

Resumo: Em praticamente todos os processos em medição do vácuo, necessitamos de medidores para determinar a pressão em que se encontra o sistema de vácuo. Esses medidores por sua vez necessitam ser comparados com padrões de baixa pressão. Este procedimento é geral em todas as atividades referentes à metrologia. Assim, temos a necessidades de criar referências da grandeza em questão e em vácuo não é diferente. Essa comparação pode ser tanto por outro medidor confiável assim como por padrões básicos, que neste último seriam padrões primários de medição, ou seja, eles não necessitam de outros medidores para ser calibrado, ele depende somente de grandezas físicas básicas e de sua geometria para a determinação da grandeza física em questão.
O nosso estudo se destina exclusivamente a um medidor padrão de vácuo: o manômetro *McLeod*, que se encontra no Laboratório de Tecnologia do Vácuo – LTV – da FATEC-SP. Esse manômetro, formado por um invólucro de vidro, com um acessório, uma armadilha gelada, foram doados pela empresa *BOC-Edwards do Brasil Ltda*., e atualmente passa por alterações e aprimoramentos necessários para sua calibração e início de operação.
Palavras chave: vácuo, metrologia, pressão, padrão primário.

1. Introdução.

Em 1874, *H. G. McLeod* desenvolveu o medidor de baixas pressões – vácuo – denominado *McLeod*, que é um medidor mecânico cujo princípio de funcionamento baseia-se na lei de *Boyle-Mariotte* dos gases perfeitos, no teorema de *Stevin* – pressão em um líquido – e no manômetro de *Torricelli* que utiliza uma coluna de mercúrio para medidas de pressões.

O manômetro *McLeod* é um dos mais antigos ainda em uso até os dias de hoje, pois ele fornece a pressão absoluta e sua calibração depende somente de parâmetros geométricos.

O Laboratório de Tecnologia do Vácuo – LTV recebeu de doação da empresa de vácuo *BOC-Edwards do Brasil Ltda*. um medidor tipo *McLeod*, este medidor foi durante mais de cem anos o padrão primário disponível para medir pressões até 10^{-5} mbar, podendo chegar até uma ordem de pressão menor. Por ser um padrão primário, o medidor *McLeod* foi muito utilizado na calibração de outros medidores e testes de bombas de vácuo. O financiamento da montagem e das peças necessárias para o funcionamento do equipamento foi feito pela empresa *PV-PrestVácuo Ltda*.

O projeto de pesquisa do manômetro *McLeod*, tem por finalidade a obtenção de um padrão primário de pressões na faixa que vai de 1 mbar até aproximadamente 10^{-5} mbar.

O equipamento do medidor *McLeod* já está em funcionamento no LTV, mas a sua operação é de difícil realização. Neste sentido algumas alterações e aprimoramentos foram necessários. Inicialmente fizemos todo o aprimoramento na montagem do medidor; indo desde sua fixação até a modelagem de peças novas da conexão do medidor ao sistema de vácuo, melhorando assim as vedações do conjunto-medidor e assim conseqüentemente teremos uma maior confiança e precisão nas medidas realizadas.

Outro aprimoramento muito importante, foi em relação a armadilha gelada do medidor, que serve para condensar os vapores contidos nos gases que serão feitas as medidas, pois o manômetro *McLeod* é baseado também na lei de *Boyle-Mariotte* dos gases ideais, que diz que o produto PV é uma constante em processos isotérmicos. Como o funcionamento é baseado na lei de *Boyle-Mariotte*, então, só podemos medir pressão de gases permanentes e não de vapor, isso devido ao fato de que, para fazer as medidas, precisamos comprimir o gás, e vapores comprimidos não obedecem mais a lei de *Boyle-Mariotte*.

2. Métodos e arranjos experimentais.

2.1 Conjunto sistema medidor.

Para discutir o funcionamento do manômetro McLeod, vamos nos referir a Figura 1.

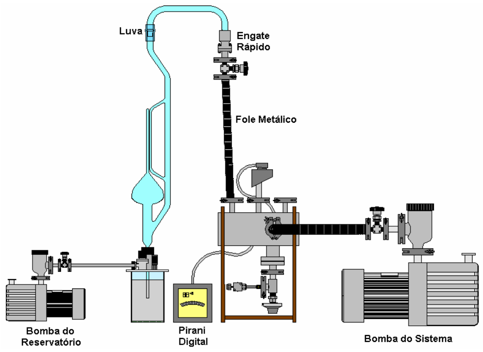

Figura 1 – Desenho geral do arranjo experimental para a medição da pressão do sistema de vácuo.
O medidor está ligado na sua parte superior a uma câmara de vácuo, cuja pressão se que medir, estando ela ligada a uma bomba de vácuo. Na parte inferior do medidor temos o reservatório de mercúrio, que se conecta uma bomba mecânica de pré-vácuo, destinada a controlar a subida e a descida do mercúrio para o medidor McLeod.

2.2 Funcionamento do medidor *McLeod*.

O modo de funcionamento do medidor *McLeod* é o seguinte, veja a Figura 2,

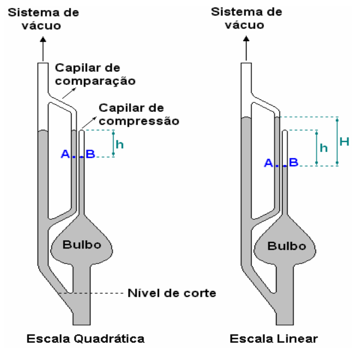

Figura 2 – Desenhos referentes aos métodos da escala quadrática e da escala linear para a calibração com parâmetros geométricos.

Com o nível de mercúrio abaixo do ***nível de corte*** o bulbo do sistema *McLeod* é colocado em contato com o sistema de vácuo para que tanto o medidor como a câmara de vácuo, atinjam o equilíbrio e ambos obtenham a mesma pressão. Controla-se a subida do mercúrio até o ***nível de corte*** para que o gás do volume calibrado seja confinado no volume conhecido V_0, que é o volume do bulbo. Conhecido o volume inicial V_0, sobe-se a coluna de mercúrio a fim de comprimir o gás no capilar B, passando de volume V_0 ao volume $V=hS$, onde S é a área da secção reta do capilar.

Na situação em que a coluna de gás acima da coluna de mercúrio no capilar B atinge a altura h, a coluna de mercúrio no ramo C e no capilar A atinge a altura H; sendo que as alturas devem ser medidas em relação à mesma origem. Podemos dizer então que a pressão do gás no capilar B é dada por $P = (P_0 + \rho gH)$, que é a lei de *Stevin*, e tem volume Sh e, pela lei de *Boyle-Mariotte*, obtemos uma equação geral, que com ela, podemos calcular a pressão inicial do sistema a partir de dois métodos: o **método de escala quadrática** e o **método da escala linear.**

2.3 Método da escala quadrática.

O método da escala quadrática consiste em deixar a coluna de mercúrio do capilar A subir até o topo do capilar B (origem dos capilares h_0). Como a altura da coluna de gás comprimido no capilar B é representada por h e que H é a diferença entre as duas colunas de mercúrio, que nesse caso é igual a $(h-h_0)$, veja a Figura 3. Como $h_0 = 0$, então $H = (h-h_0) = (h-0)$, assim, $H = h$. Logo, utilizando a lei de *Boyle-Mariotte*, esquematicamente temos que,

1. A pressão da gás comprimido no capilar B é dada por

$$P=(P_0 + \rho gh);$$

2. O volume quando o gás é comprimido no capilar B é dado por $V=hS$;

3. Altura da coluna de gás comprimido no capilar B é denominada de h e da coluna de mercúrio no capilar A é $H = h$, e

4. $P_0V_0=PV$ é a lei de *Boyle-Mariotte*.

Substituindo as expressões 1 e 2 na equação de *Boyle-Mariotte*, temos:

$$P_0V_0 = PV$$

$$P_0V_0 = (P_0 + \rho gh)\, hS$$

$$P_0V_0 = P_0hS + \rho gh^2S$$

$$P_0V_0 - P_0hS = \rho gh^2S$$

$$P_0 (V_0 - hS) = \rho gh^2S$$

$$P_0 = \rho gh^2S / (V_0 - hS)$$

$\boxed{P_0 = \rho gh^2S / V_0}$, que é a expressão para medir a pressão do sistema.

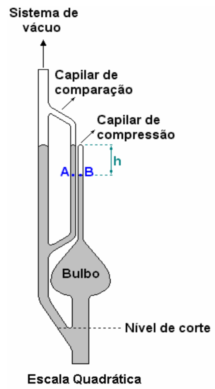

Figura 3 – Desenho referente ao método da escala quadrática

Temos que, como $V_0 >> hS$, podemos considerar $(V_0 - hS) = V_0$. Neste método, notamos que a pressão passa a ter uma dependência quadrática na diferença de altura entre os dois capilares.

2.4 Método da escala linear.

O método da escala linear consiste em deixar a coluna de mercúrio do capilar B subir até um ponto fixo definido pelo operador. Como o gás no capilar B esta sendo comprimido, a sua pressão fica maior que a pressão no capilar A e conseqüentemente a coluna de mercúrio no capilar A sobe mais do que no capilar B. (figura 4). A essa diferença de altura entre as duas colunas de mercúrio, denominaremos de H, logo, utilizando a equação referente à lei de *Boyle-Mariotte*, temos esquematicamente mais uma vez os seguintes passos a serem considerados:

1. A pressão da gás comprimido no capilar B é dada por $P=(P_0 + \rho gH)$;

2. O volume quando o gás é comprimido no capilar B é dado por $V=hS$;

3. Altura da coluna de gás comprimido no capilar B é denominada de h e da coluna de mercúrio no capilar A é H, e

4. $P_0V_0=PV$ é a lei de *Boyle-Mariotte.*

Substituindo as expressões 1 e 2 na equação referente à lei de *Boyle-Mariotte*, encontramos o seguinte resultado mostrado em detalhe a seguir,

$$P_0V_0=PV$$

$$P_0V_0=(P_0 + \rho gH)\ hS$$

$$P_0V_0=P_0hS + \rho gHS$$

$$P_0V_0 - P_0hS = \rho gHS$$

$$P_0(V_0 - hS) = \rho gHS$$

$$P_0 = \rho gHS / (V_0 - hS)$$

$\boxed{P_0 = \rho gHS / V_0}$, que é a expressão para medir a pressão do sistema do medidor *McLeod*.

Fazendo um parêntese neste ponto, vemos que o equacionamento da lei de *Stevin*, da lei de *Boyle-Mariotte* e da expressão da coluna de mercúrio de *Torricelli*, que elaboradas como mostrado acima leva à expressão matemática que rege o funcionamento do medidor *McLeod*, tanto para a escala linear como para a escala quadrática. Um ponto essencial que comentamos rapidamente e deve ser mais bem detalhado refere-se ao fato que este medidor não funciona para vapores.

Estamos considerando vapores como sendo o estado da matéria gasoso, cuja temperatura de trabalho está abaixo da temperatura crítica do composto químico em questão. Assim, por exemplo, se tivermos trabalhando com a mistura gasosa ar atmosférico, sabemos que há presença de vapor de água. Neste caso, ao realizarmos a compressão da mistura gasosa, o vapor de água irá se condensar, e não será medida a pressão parcial devido ao vapor de água. Desta forma, o medidor *McLeod* não funciona para vapores, mas somente para gases.

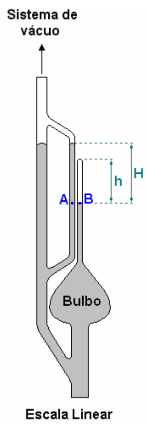

Figura 4 – Desenho referente ao método da escala linear

Uma vez mais, como no caso da escala quadrática, podemos fazer a seguinte aproximação plausível – devido aos aspectos construtivos do medidor *McLeod* – isto é, como $V_0 >> hS$, podemos considerar que $(V_0 - hS) = V_0$.

Neste método, método da escala linear, vemos claramente que a pressão varia linearmente com a diferença dos níveis de mercúrio.

3. Conclusão.

Neste trabalho foram realizados estudos para a compreensão dos princípios físicos e dos fenômenos ocorridos durante a operação do medidor *McLeod*. Podemos também acrescentar o fato de o medidor *McLeod* está em fase final de montagem com os aprimoramentos incorporados. Este medidor está em funcionamento há 3 anos; durante este período pudemos aprender muito sobre o processo de medição de um medidor absoluto. Mais ainda, pudemos utilizar em detalhe a análise de incertezas para incorporá-la à medição de pressão. Com as melhorias introduzidas podemos trabalhar com mais conforto e segurança, uma vez que sabemos que cada medição demora em média de 3 a 4 minutos.

Neste tempo devemos ter o sistema de vácuo estável, de modo que a pressão fique constante. Toda a tubulação do medidor *McLeod* foi construída em aço inoxidável 304 L, limpa e condicionada seguindo procedimentos consagrados da tecnologia de alto-vácuo. Este equipamento deverá em futuro próximo trabalhar em conjunto com o arranjo experimental do padrão absoluto baseado na expansão estática dos gases. Já existe no LTV um arranjo experimental deste tipo e atualmente está sendo construído um outro arranjo mais sofisticado baseado no mesmo principio físico. Nos próximos dois anos teremos também um sistema baseado na expansão dinâmica dos gases. Assim, teremos a faixa de pressão desde a pressão atmosférica, aproximadamente 1000 mbar até 10^{-7} mbar disponível no LTV e para a sociedade.

De acordo com o que foi estudado e analisado nessa parte inicial do trabalho, podemos concluir que o sucesso da instalação e do funcionamento corretos do equipamento só será alcançado com um profundo entendimento da física envolvida e dos fenômenos relacionados à medição, pois uma pequena variação de algum parâmetro, pode nos dar um erro enorme nas medidas e na calibração do manômetro *McLeod*.

No LTV da FATEC – SP foi concluída a limpeza e o condicionamento do equipamento. Também, estamos concluindo a montagem do manômetro *McLeod*, faltando a parte de calibração e medição, que será efetuada nos próximos três meses de trabalho.

Apêndice

A. Teoria física básica para a metrologia de pressão e vazão em vácuo.

Pretendemos apresentar a seguir a teoria física básica pertinente a muitos processos de medição de pressão. Uma vez que esta teoria física é fundamental e pouco está disponível nos livros e textos sobre o assunto, achamos pertinente e oportuno apresentá-la a seguir.

A teoria desenvolvida a seguir é importante para a tecnologia do vácuo em geral, não somente para a sua metrologia. Desta forma, achamos ainda mais aceitável a sua apresentação e podendo atingir um público maior que se envolve com a tecnologia do vácuo. Fizemos a numeração das equações a seguir, uma vez que muitas expressões matemáticas neste apêndice.

O principal objetivo desta seção é introduzir e deduzir de forma rigorosa a Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento em Vácuo – E_{PBV}. Por meio da dedução pretendemos apresentar de forma clara como ocorre o processo de transporte de gases e vapores em baixas pressões. Estes conceitos são fundamentais Apresentaremos também as diversas fontes gasosas possíveis de ocorrência nos sistemas de vácuo e qual o papel do bombeamento, tanto da dependência das bombas de vácuo como das condutâncias da linha de transporte dos gases e vapores.

Partiremos da suposição que a equação de estado dos gases ideais possa ser empregada para os gases rarefeitos, no caso, pressões abaixo da pressão atmosférica. Esta suposição é perfeitamente aceitável, uma vez que a densidade dos gases é pequena, tornando a distância média entre as moléculas suficientemente grandes. Este fato é experimentalmente bastante verificado, tanto para os gases – acima da temperatura crítica – como para os vapores que estão não saturados – abaixo da temperatura crítica.

Desta forma, a interação – de natureza elétrica – entre átomos e moléculas será importante somente nos choques delas entre si e com as paredes da câmara de vácuo e seus internos.

A equação dos gases perfeitos ou ideais, chamada de equação de *Clapeyron-Mendeleev*, é dada por $p\ V = n\ R\ T$, ou ainda, $p\ V = N\ k\ T$, onde p é a pressão, V é o volume disponível para as moléculas no recipiente – neste caso a câmara de vácuo –, n é o número de mols, R é a constante dos gases perfeitos, T é a temperatura absoluta, N é o número de moléculas e k é a constante de *Boltzmann*. Como um exemplo de aplicação direta da equação de *Clapeyron-Mendeleev* citamos o método das expansões estáticas, usado extensamente na metrologia em vácuo, cuja base física está sustentada na lei de *Boyle-Mariotte*. Assim, apesar da sua grande simplicidade, a equação dos gases ideais ou perfeitos é bastante bem aplicável à tecnologia do vácuo. Este é o caso inclusive em parte tratado neste artigo, uma vez que um ingrediente importante para a compreensão do medidor *McLeod* é a lei de *Boyle-Mariotte*.

Partindo da equação dos gases perfeitos, vamos derivar ambos os membros desta equação em relação ao tempo,

$$p\ V = N\ k\ T \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(p\ V\right) = \frac{d}{dt}\left(N\ k\ T\right) \Rightarrow$$

$$p\ \frac{dV}{dt} + V\ \frac{dp}{dt} = k\ T\ \frac{dN}{dt} + k\ N\ \frac{dT}{dt} \qquad \textbf{(1)}$$

Para a maior parte dos sistemas de vácuo, geralmente, a temperatura T e o volume V da câmara de vácuo são mantidos constantes, assim, a equação acima se reduz a

$$V \frac{dp}{dt} = k\ T \frac{dN}{dt} \qquad (2)$$

Importante notar que estamos assumindo explicitamente que a equação dos gases perfeitos pode ser aplicada para estados termodinâmicos de não-equilíbrio. Ao derivar a equação de estado em relação ao tempo, obtemos uma expressão que fornece explicitamente a variação da pressão com o tempo. Como sabemos, a termodinâmica clássica pressupõe estados de equilíbrio, mas admitindo que as variações de pressão em função do tempo sejam suficientemente lentas, ou seja, que podemos considerar as variáveis termodinâmicas mudando continuamente e passando por sucessivos estados de equilíbrio. Adotamos desta forma que é legítimo proceder com a derivação em relação ao tempo feita acima.

Devido ao movimento de translação dos átomos e moléculas, temos associado a esse movimento uma energia cinética. Há três graus de liberdade no movimento de translação, um para cada direção possível do movimento. Para cada grau de liberdade temos que a energia cinética média de translação é igual a $\frac{1}{2}\ k\ T$, resultado obtido do princípio de eqüipartição de energia. Desta forma, a energia cinética média de translação por molécula – E_{ECM} – é dada por $E_{ECM} = 3\left(\frac{1}{2}\ k\ T\right) = \frac{3}{2}\ k\ T$. Considerando N moléculas, a energia cinética média total de translação é igual a $E = N\ E_{ECM} = N\left(\frac{3}{2}\ k\ T\right) = \frac{3}{2}\ N\ k\ T$. Usando a equação dos gases perfeitos neste último resultado ficamos com $E = \frac{3}{2}\ N\ k\ T = \frac{3}{2}\ p\ V$.

Tomando a derivada em relação ao tempo da última expressão obtida, associamos a variação da energia cinética média total de translação à variação da pressão, assim temos

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(N\ E_{ECM}\right) = E_{ECM}\frac{dN}{dt} = \frac{3}{2}\ k\ T\ \frac{dN}{dt} =$$

$$\frac{3}{2}\ V\ \frac{dp}{dt} \Rightarrow V\ \frac{dp}{dt} = \frac{2}{3}\ \frac{dE}{dt}.$$

Vamos considerar um sistema de vácuo com várias fontes de gases e vapores possíveis presentes na câmara de vácuo. As fontes de gases e vapores possíveis estão listadas a seguir: vazamento real, vazamento virtual, vaporização, sublimação, desgaseificação, permeação, fonte gasosa da bomba de vácuo, gases e vapores de processo e injeção controlada de gases e vapores. Para cada uma dessas fontes gasosas associamos uma quantidade de moléculas, variando em função do tempo, alimentando a câmara de vácuo. Como conseqüência, a ação exclusiva destas fontes gasosas fará com que aumente a pressão na câmara de vácuo. Por outro lado, a ação das bombas de vácuo fará com que uma quantidade de gases e vapores seja removida da câmara de vácuo num certo intervalo de tempo.

Desta forma, podemos identificar três parcelas na equação que estabelece o balanço de número de moléculas, para um intervalo de tempo Δt, na câmara de vácuo. Temos a parcela relativa ao número de moléculas que alimenta a câmara de vácuo devido às fontes de gases e vapores, a parcela devida à variação de pressão na câmara de vácuo ou, posto de outra forma, a variação do número de moléculas na câmara de vácuo, e ainda, a parcela relativa ao número de moléculas removidas pela ação das bombas de vácuo. Esquematicamente, podemos representar as três partes da equação do balanço entre a variação do número de átomos e moléculas na câmara de vácuo, conforme mostrado na Figura A.1

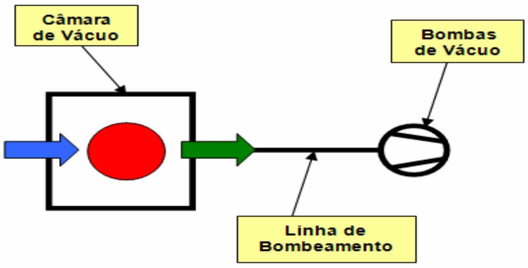

Figura A.1. Configuração genérica de um sistema de vácuo. O processo de bombeamento em tecnologia do vácuo considera três partes principais: a quantidade gasosa sendo bombeada pelas bombas de vácuo – seta verde –, a quantidade gasosa devido as fontes gasosas que alimentam a câmara de vácuo – seta azul –, e a variação de pressão na câmara de vácuo – círculo vermelho.

Matematicamente escrevemos o balanço – a variação – do número de moléculas, ocorrendo em um intervalo de tempo Δt, na câmara de vácuo da seguinte forma:

$$\Delta N_{CV} = \Delta N_{FGV} - \Delta N_{BV} \ ,$$

onde, ΔN_{CV} é a variação do número de moléculas na câmara de vácuo, ΔN_{FGV} é o número de moléculas que alimenta a câmara de vácuo e ΔN_{BV} é o número de moléculas removida pelas bombas de vácuo, para todos eles no intervalo de tempo Δt. No caso do número de moléculas relativo à totalidade das fontes dos gases e vapores ΔN_{FGV}, podemos considerar o número de moléculas que alimenta a câmara de vácuo no intervalo de tempo Δt, para cada particular tipo de fonte gasosa. Assim

$$\begin{array}{l} \Delta N_{FGV} = \Delta N_{VR} + \Delta N_{VV} + \Delta N_{Vap} + \Delta N_{Sub} + \\ + \Delta N_{Deg} + \Delta N_{Perm} + \Delta N_{FBV} + \Delta N_{GP} + \Delta N_{IC} \end{array} ,$$

onde,

- ΔN_{VR} é o número de moléculas que alimenta a câmara de vácuo, no intervalo de tempo Δt, devido ao vazamento real,
- ΔN_{VV} ao vazamento virtual,
- ΔN_{Vap} à vaporização,
- ΔN_{Sub} à sublimação,
- ΔN_{Deg} à desgaseificação.
- ΔN_{Perm} à permeação,
- ΔN_{FBV} à fonte gasosa da bomba de vácuo,
- ΔN_{GP} aos gases e vapores de processo e
- ΔN_{IC} à injeção controlada de gases e vapores.

Cabe notar que algumas vezes a desgaseificação é chamada de degaseificação. No caso da variação do número de moléculas na câmara de vácuo ΔN_{CV}, ocorrendo num intervalo de tempo Δt, podemos escrever considerando a temperatura constante, a partir da equação dos gases perfeitos para o volume da câmara de vácuo V_{CV}

$$V_{CV}\ p_{CV} = N_{CV}\ k\ T \ \Rightarrow\ V_{CV}\ \Delta p_{CV} \ = \ \Delta N_{CV}\ k\ T$$

$$\Rightarrow V_{CV}\ \Delta p_{CV} = \left(\Delta N_{FGV} - \Delta N_{BV}\right)\ k\ T \ =$$

$$= \Delta N_{FGV}\ k\ T\ - \Delta N_{BV}\ k\ T\ .$$

Fazendo uso da expressão explicitas das fontes dos gases e vapores, a equação acima fica

$$V_{CV}\ \Delta p_{CV} =$$

$$= \left(\Delta N_{VR} + \Delta N_{VV} + \Delta N_{Vap} + \Delta N_{Sub} + \Delta N_{Deg} + \Delta N_{Perm}\right) k\ T\ +$$

$$+ \left(\Delta N_{FBV} + \Delta N_{GP} + \Delta N_{IC}\right) k\ T - \Delta N_{BV}\ k\ T$$

Assim, temos a expressão que relaciona a variação de pressão na câmara de vácuo com a variação do número de moléculas alimentando a câmara de vácuo, e ainda, relacionando ao número de moléculas removidas pelas bombas de vácuo.

Dando continuidade, definimos a grandeza $Q' \equiv \dfrac{dN}{dt}$. Ela expressa a variação do número de moléculas na câmara de vácuo, no tempo. Como $p\ V = N\ k\ T$, temos que $N = \dfrac{p\ V}{k\ T}$.

Assim, escrevemos

$$Q' = \frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{p\ V}{k\ T}\right) = \frac{1}{k\ T}\ \frac{d}{dt}\left(p\ V\right),$$

considerando a temperatura constante. Admitindo que o volume não varie no tempo, temos $Q' = \dfrac{1}{k\ T}\ V\ \dfrac{dp}{dt}$.
Como obtido anteriormente, sabemos que

$$\frac{dE}{dt} = \frac{3}{2}\ k\ T\ \frac{dN}{dt} = \frac{3}{2}\ V\ \frac{dp}{dt}\ \Rightarrow\ V\ \frac{dp}{dt} = \frac{2}{3}\ \frac{dE}{dt}\ .$$

Portanto, $Q' = \dfrac{2}{3}\ \dfrac{1}{k\ T}\ \dfrac{dE}{dt}$. Definimos agora a grandeza *throughput* como sendo

$$Q \equiv k\ T\ Q'\ .$$

Desta forma, encontramos

$$Q = \frac{2}{3}\ \frac{dE}{dt}\ ,$$

ou seja, verificamos que o *throughput* é igual a dois terços da variação no tempo da energia cinética média do movimento de translação das moléculas na câmara de vácuo. Como forma alternativa, assumida em alguns textos, o *throughput* é definido de partida como sendo

$$Q \equiv k\ T\ \frac{dN}{dt}\ ,$$

levando aos mesmos resultados obtidos pela outra definição.

O *throughput* é uma grandeza que depende da variação no tempo do número de moléculas, digamos, em uma câmara de vácuo, ou ainda, que cruza uma determinada seção transversal de um tubo. O *throughput* também depende da temperatura. A maneira como ele é definido, à primeira vista, pode parecer trazer alguma dificuldade na identificação do número de moléculas variando no tempo em certa região do sistema de vácuo, uma vez que devemos precisar a temperatura do gás. Isto é um fato, devemos conhecer a temperatura.

Por outro lado, uma vez conhecida à temperatura, podemos encontrar o número de moléculas variando no tempo. Um aspecto importante, e que não é obvio à primeira vista, refere-se a interpretação física da grandeza *throughput*. Como dissemos, ela é dois terços da variação no tempo da energia cinética média de translação das moléculas.

Assim, podemos interpretar que, durante o processo de bombeamento nos sistemas de vácuo, estamos determinando a vazão de energia cinética média de translação das moléculas! Vemos que a unidade do *throughput* é energia na unidade de tempo, ou seja, potência. Como as moléculas estão em constante movimento de translação, elas têm energia cinética correspondente a esse movimento, assim, a evolução temporal da pressão nos sistemas de vácuo pode ser modelada e interpretada como sendo um processo de balanço de energia cinética devido ao movimento dos átomos e moléculas presentes no sistema de vácuo.

Do ponto de vista conceitual, estamos procurando obter uma relação para o transporte dos gases e vapores no sistema de vácuo. Vemos que construímos uma expressão baseada no princípio de conservação de energia. Ainda, além de considerações formais, por meio do procedimento estabelecido, poderíamos considerar o transporte de gases e vapores em sistemas de vácuo com partes apresentando diferentes temperaturas. A definição da grandeza *throughput* leva a essa possibilidade.

Continuando, podemos reescrever a equação que relaciona a variação de pressão na câmara de vácuo, com a variação do número de moléculas alimentando a câmara de vácuo, e ainda, o efeito das bombas de vácuo, para um dado intervalo de tempo Δt . Como

$$\begin{aligned}
&V_{CV}\ \Delta p_{CV} = \\
&= k\ T\ \left(\Delta N_{VR} + \Delta N_{VV} + \Delta N_{Vap} + \Delta N_{Sub}\right) + \\
&+ k\ T\ \left(\Delta N_{Deg} + \Delta N_{Perm} + \Delta N_{FBV} + \Delta N_{GP} + \Delta N_{IC}\right) \\
&- k\ T\ \Delta N_{BV}
\end{aligned}$$

explicitando cada um dos *throughputs*, ficamos com

$$\begin{aligned}
V_{CV}\ \Delta p_{CV} = & \\
& = k\ T\ \Delta N_{VR} + k\ T\ \Delta N_{VV} + k\ T\ \Delta N_{Vap} + \\
& + k\ T\ \Delta N_{Sub} + k\ T\ \Delta N_{Deg} + k\ T\ \Delta N_{Perm} + \\
& + k\ T\ \Delta N_{FBV} + k\ T\ \Delta N_{GP} + k\ T\ \Delta N_{IC} \\
& - k\ T\ \Delta N_{B.V}\ .
\end{aligned}$$

Vamos considerar, nesta última equação, as parcelas variando na unidade de tempo, desta forma, dividimos por Δt . Para a análise de sistemas de vácuo voltados à metrologia o estudo referente a identificação das várias fontes possíveis de gases e vapores é fundamental, e por que não dizer crucial, para a determinação da faixa de validade de um certo arranjo experimental. Por exemplo, no caso do método de expansão estática dos gases, o limite inferior de determinação de pressão está intimamente ligado ao fato de a fonte de gás devido a desgaseificação das paredes da câmara de expansão do gás perfeito ser da ordem de grandeza da quantidade de gás remanescente da expansão do gás.

Desta forma um estudo da fonte de gás devido a desgaseificação. Considerando a última expressão, ficamos com a seguinte equação mais apropriada

$$V_{CV}\ \frac{\Delta p_{CV}}{\Delta t} =$$

$$= k\ T\ \frac{\Delta N_{Vr}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{VV}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{Vap}}{\Delta t} +$$

$$+ k\ T\ \frac{\Delta N_{Sub}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{Deg}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{Perm}}{\Delta t} +$$

$$+ k\ T\ \frac{\Delta N_{FBV}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{GP}}{\Delta t} + k\ T\ \frac{\Delta N_{IC}}{\Delta t}$$

$$- k\ T\ \frac{\Delta N_{B.V}}{\Delta t}.$$

Neste ponto estamos em condições de chegar à equação diferencial que rege o processo de bombeamento dos sistemas de vácuo. Para chegar a equação diferencial ordinária de primeira ordem, faremos o limite para $\Delta t \to 0$. Desta forma, temos finalmente a expressão a seguir, explicitando todas as fontes de gases e vapores,

$$V_{CV}\ \frac{dp_{CV}}{dt} =$$

$$= k\ T\ \frac{dN_{Vr}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{VV}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{Vap}}{dt} +$$

$$+ k\ T\ \frac{dN_{Sub}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{Deg}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{Perm}}{dt} + \qquad (3)$$

$$+ k\ T\ \frac{dN_{FBV}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{GP}}{dt} + k\ T\ \frac{dN_{IC}}{dt}$$

$$- k\ T\ \frac{dN_{BV}}{dt}.$$

Identificamos, para cada uma das parcelas do segundo membro como sendo os *throughputs* relativos às fontes dos gases e vapores e a última parcela como sendo o *throughput* bombeado pelas bombas de vácuo. Reescrevendo a última equação diferencial, a equação 3, de forma mais compacta, temos

$$V_{CV}\ \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = Q_{VR} + Q_{VV} + Q_{Vap} + Q_{Sub} + Q_{Deg} +$$

$$+ Q_{Perm} + Q_{FBV} + Q_{GP} + Q_{IC} - k\ T\ \frac{dN_{BV}(t)}{dt} \Rightarrow \qquad \textbf{(4)}$$

$$V_{CV}\ \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -k\ T\ \frac{dN_{BV}(t)}{dt} + \sum_{i=1}^{n} Q_i,$$

onde,
- Q_{VR} é o *throughput* devido ao vazamento real,
- Q_{VV} ao vazamento virtual,
- Q_{Vap} à vaporização,
- Q_{Sub} à sublimação,
- Q_{Deg} à desgaseificação ou degaseificação,
- Q_{Perm} à permeação,
- Q_{FBV} à fonte gasosa da bomba de vácuo,
- Q_{GP} aos gases e vapores de processo, e
- Q_{IC} à injeção controlada de gases e vapores.

Desta forma podemos expressar a equação 4 em sua forma mais apropriada à tecnologia do vácuo e também para muitos propósitos voltados à metrologia em vácuo. Vemos assim a equação 5 mostrada a baixo, sendo S_{ef} a velocidade efetiva de bombeamento.

$$V_{CV}\ \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} \cdot p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^{n} Q_i \qquad \textbf{(5)}$$

A definição de *Sef* é dada pela seguinte expressão

$$\frac{1}{S_{ef}} = \frac{1}{S_{BV}} + \frac{1}{C_{Total}} \quad \Rightarrow \quad S_{ef} = \frac{S_{BV} \cdot C_{Total}}{S_{BV} + C_{Total}}$$

sendo que S_{BV} é velocidade de bombeamento da bomba de vácuo e C_{Total} é a condutância total da linha de bombeamento que conecta a bomba de vácuo à câmara de vácuo.

Desta forma podemos modelar o sistema de vácuo, inclusive aqueles de interesse à metrologia por meio da expressão mostrada na equação 5. Estamos diante de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem, sendo que para muitos casos de interesse ela é não linear, uma vez que a condutância e a velocidade de bombeamento da bomba de vácuo são representadas por funções que dependem da pressão.

A modelagem dos sistemas de vácuo de interesse à metrologia deve ser feita em duas vertentes. Na primeira, devemos conhecer suas características básicas, por exemplo, saber como a pressão varia com as grandezas relevantes do sistema de vácuo. A segunda vertente deveremos conhecer os limites de aplicação do sistema de vácuo metrológico.

Desta forma poderemos ver se é possível interferir junto ao sistema de vácuo para procurar melhorar as condições do sistema de vácuo e tentar obter uma melhoria do ponto de vista metrológico. Por exemplo, no caso do sistema de vácuo para a metrologia de pressão pelo método de expansão estática, a última expressão pode ser usada para determinar principalmente o efeito da desgaseificação no limite de funcionamento do arranjo experimental. Ainda, este mesmo estudo certamente será importante para considerar a metrologia voltada à determinação da taxa de desgaseificação de materiais em vácuo. Este último dado é fundamental para o projeto de sistemas de alto-vácuo e de ultra alto-vácuo.

B. Foto do medidor *McLeod* montado.

A presente foto da Figura B.1 mostra o conjunto do medidor *McLeod* montado, faltando apenas a base de apoio da armadilha gelada, pois a mesma ainda não ficou pronta (esperando a usinagem). A base de apoio que se encontra no momento na armadilha gelada é apenas uma base de improviso feita de madeira como mostrada na Figura B.2.

Figura B.1 – Manômetro McLeod

Figura B.2 – Manômetro McLeo com a armadilha gelada

Agradecimentos.

- Ao CNPq pela bolsa Pibic.
- À Empresa *BOC-Edwards do Brasil Ltda*. pela doação do invólucro de vidro do Medidor *McLeod* e sua armadilha gelada.
- À Empresa *PV-Prest Vácuo Ltda*. pela usinagem das peças e financiamento geral da instalação.
- Ao estudante Wellington Ribeiro Richard, aluno do curso de Materiais Processos e Componentes Eletrônicos da Fatec – SP, pela colaboração na montagem do medidor *McLeod*.

Referências gerais.

[1] A. Berman, "Total Pressure Measurements in Vacuum Technology", Academic Press, Florida, 1985.

[2] F. T. Degasperi, "Modelagem e Análise Detalhadas de Sistemas de Vácuo", Dissertação de Mestrado apresentada na Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – FEEC da Unicamp, Campinas, SP, Brasil, 2002.

[3] F. T. Degasperi, "Contribuições para a Análise, Cálculo e Modelagem de Sistemas de Vácuo", Tese de Doutorado apresentada na Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – FEEC da Unicamp, Campinas, SP, Brasil, 2006.

[4] Previdi, C. C. Trabalho de Graduação. TCC – MPCE – FATEC – SP. Laboratório de Tecnologia do Vácuo, 2006.

[5] Sergio Gama, João Moro e Marcelo Juni, Introdução à Ciência e Tecnologia de Vácuo, Sociedade Brasileira de Vácuo - SBV – UNICAMP, 2002.